

GENERAL MATHEMATICS

STANDARD

Price Rs. 1-10

1964

General Mathematics

STANDARD VII

1964

60/20

CONTENTS

ജനറൽ മാത്തമാററിക്സ്

മെട്രിക്ക് അളവുകളും തൂക്കങ്ങളും

പട്ടിക

ഓർക്കേണ്ട ചില സംഗതികൾ :—

1 ഘന സെ.മീ. ശുദ്ധജലത്തിന്റെ തൂക്കമാണ് 1 ഗ്രാം. 1000 ഘന സെ.മീ. ആണ് 1 ലിററർ

മില്ലി— $\frac{1}{1000}$; സെൻറി — $\frac{1}{100}$; ഡെസി. — $\frac{1}{10}$. ഇതു പോലെ 'ഡെക്കാ' — 10 ഇരട്ടി ; 'ഹെക്ടോ'— 100 ഇരട്ടി ; 'കിലോ' — 1000 ഇരട്ടി.

ഈ പദങ്ങൾ ഓർത്തിരുന്നാൽ എല്ലാ പട്ടികയും എളുപ്പം ഓർക്കുവാൻ കഴിയും. അതിന്റെ കൂടെ യൂണിററുകൾ മീററർ, ഗ്രാം, ലിററർ ഇവയാണെന്നും കൂടി ഓർത്തു കൊള്ളണം.

ദൈർഘ്യമാനം (മീററർ)

10 മില്ലിമീററർ (മി.മീ.) = 1 സെൻറിമീററർ (സെ.മീ.)
10 സെൻറിമീററർ (സെ.മീ.) = 1 ഡെസിമീററർ (ഡെ.മീ.)
10 ഡെസിമീററർ (ഡെ.മീ.) = 1 മീററർ (മീ.)
10 മീററർ (മീ.) = 1 ഡെക്കാമീററർ (ഡെ.മീ.)
10 ഡെക്കാമീററർ (ഡെ.മീ.) = 1 ഹെക്ടോമീററർ (ഹെ.മീ.)
10 ഹെക്ടോമീററർ (ഹെ.മീ.) = 1 കിലോമീററർ (കി.മീ.)

ദ്രാവകം, ധാന്യം ഇവ അളക്കുന്നതിനു് (ലിററർ)

10 മില്ലിലിററർ (മി.ലി.)	=	1 സെൻറിലിററർ (സെ.ലി.)
10 സെൻറിലിററർ (സെ.ലി.)	=	1 ഡെസിലിററർ (ഡെ.ലി.)
10 ഡെസിലിററർ (ഡെ.ലി.)	=	1 ലിററർ (ലി.)
10 ലിററർ (ലി.)	=	1 ഡെക്കാലിററർ (ഡെ.ലി.)
10 ഡെക്കാലിററർ (ഡെ.ലി.)	=	1 ഹെക്ടോലിററർ (ഹെ.ലി.)
10 ഹെക്ടോലിററർ (ഹെ.ലി.)	=	1 കിലോലിററർ (കി.ലി.)

മില്ലിലിറററിൽ താഴെയുള്ള അളവുകൾക്കു്

1000 മൈക്രോ ലിററർ = 1 മില്ലിലിററർ

ഭാരം അളക്കുന്നതിനു് (ഗ്രാം)

10 മില്ലിഗ്രാം (മി.ഗ്രാം)	=	1 സെൻറിഗ്രാം (സെ.ഗ്രാം)
10 സെൻറിഗ്രാം (സെ.ഗ്രാം)	=	1 ഡെസിഗ്രാം (ഡെ.ഗ്രാം)
10 ഡെസിഗ്രാം (ഡെ.ഗ്രാം)	=	1 ഗ്രാം (ഗ്രാം)
10 ഗ്രാം (ഗ്രാം)	=	1 ഡെക്കാഗ്രാം (ഡെ.ഗ്രാം)
10 ഡെക്കാഗ്രാം (ഡെ.ഗ്രാം)	=	1 ഹെക്ടോഗ്രാം (ഹെ.ഗ്രാം)
10 ഹെക്ടോഗ്രാം (ഹെ.ഗ്രാം)	=	1 കിലോഗ്രാം (കി.ഗ്രാം)
100 കിലോഗ്രാം	=	1 ക്വിൻറൽ
1000 കി.ഗ്രാം (10 ക്വിൻറൽ)	=	1 മെട്രിക്കു് ടൺ.

നിലം, പുരയിടം, ഇവ അളക്കുന്നതിന്

1 ചെയിൻ	= 20 മീററർ
100 ചതുരശ്ര മീററർ	= 1 ആർ ; 1 ച.മീ. = 1 സെൻറി ആർ
10 സെൻറി ആർ ($\frac{1}{100}$ Are)	= 1 ഡെസി ആർ ($\frac{1}{10}$ Are)
10 ഡെസി ആർ	= 1 ആർ (Are)
10 ആർ	= 1 ഡെക്കാ ആർ
10 ഡെക്കാ ആർ	= 1 ഹെക്ടാർ
1 ചതുരശ്ര ചെയിൻ	= 4 ആർ
25 ചതുരശ്ര ചെയിൻ	= 1 ഹെക്ടാർ

അദ്ധ്യായം 1

ആവർത്തന പാഠങ്ങൾ

Test 1

I. ക്രിയചെയ്യുക:—

(*i*) $\frac{2}{5} \times \frac{6}{7} \div 1\frac{1}{7}$; $\frac{2}{5} \div \frac{6}{7} \times 1\frac{1}{7}$; $3\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \div \frac{1}{5}$; $3\frac{1}{2} \div \frac{2}{5} \times \frac{1}{5}$

(*ii*) $1 \div 1\frac{1}{2}$; $2 \div 1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2} \div 3$ $1\frac{2}{3} \div 1\frac{5}{6}$; $3\frac{1}{8} \div 4\frac{1}{2}$

(*iii*) $\frac{7}{9} \div \frac{2}{3}$; $5\frac{1}{8} \div 2\frac{2}{3}$; $3\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2}$; $2\frac{4}{7} \div 2\frac{1}{8}$

II. $5\frac{1}{8}$, $5\frac{1}{4}$ ഇവയുടെ തുകയും വ്യത്യാസവും തമ്മിൽ ഗുണിച്ച ഫലം കാണുക.

III. $\frac{5}{19}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{11}$ ഇവ ആരോഹണക്രമത്തിൽ എഴുതുക

IV. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$ ഇവയുടെ തുകയെ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$ ഇവയുടെ തുക കൊണ്ടു ഹരിക്കുക.

V. ഒരു തോട്ടത്തിൻെറ $\frac{3}{7}$ ഭാഗം എത്രയായി ഭാഗിച്ചാൽ ഓരോ ഭാഗവും തോട്ടത്തിൻെറ $\frac{1}{28}$ ആയിത്തീരും ?

VI. $\frac{9}{16}$ കിട്ടുവാൻ $\frac{7}{8}$ നെ എന്തു കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം?

VII. $\frac{5}{16}$ സെ.മീ. കനമുള്ള എത്ര പലക ഒന്നിനുമീതെ ഒന്നായി അടുക്കിയാൽ അട്ടിക്കു $7\frac{1}{2}$ സെ.മീ. കനം കിട്ടും ?

VIII. $\frac{7}{8}$ മീററർ നീളമുള്ള തുണി $3\frac{1}{2}$ രൂപയ്ക്കും, $\frac{5}{6}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള മറെറാരു കഷണം തുണി 3 രൂപയ്ക്കും വില്ക്കുന്നു. ഏതു കഷണത്തിനാണു് മീററിനു് കൂടുതൽ വില ? എത്ര കൂടുതൽ ?

IX. ജോണിനും, ജോസഫിനും ഒരു തോട്ടത്തിൽ തുല്യാവകാശമാണു്. ജോസഫിൻെറ വീതത്തിൻെറ $\frac{3}{8}$ ഭാഗം ജോണിനു കൊടുത്താൽ ഓരോരുത്തക്കും എസ്റ്റേററിൻെറ എത്ര ഭാഗം വീതം ഉണ്ടായിരിക്കും ?

X. $\frac{7}{8}$ ടൺ വിറകിൻെറ വില $59\frac{1}{2}$ രൂപാ ആണെങ്കിൽ $\frac{3}{4}$ ടൺ വിറകിൻെറ വില എന്തു് ?

XI. പൂരിപ്പിക്കുക :—

സാധാരണഭിന്നം	ദശാംശം	സാധാരണഭിന്നം	ദശാംശം
$\frac{5}{8}$	—	—	0.2
$\frac{4}{5}$	—	—	0.8
$\frac{7}{8}$	—	—	0.125
$\frac{8}{5}$	—	—	0.875

XII. ഗുണനഫലം കാണുക :—

(*i*) 0.375×1.5 2 ഡസിമൽ സ്ഥാനം വരെ ശരിയ്ക്കു്

(*ii*) 0.075×0.9 2 ,,

(*iii*) 4.35×1.325 3 ,,

(*iv*) $7 \div 23$ 2 ഡസിമൽ സ്ഥാനം വരെ ശരിയ്ക്കു്

(*v*) $23.432 \div 12$ 2 ,,

(*vi*) $.04632 \div 1.21$ 3 ,,

Test 2

1. 0·97, 1·09, 3·0, 97·948 ഇവയുടെ ആവരേജ് എന്തു് ?

2. ഗുണനഫലം കാണുക :—
   (*a*) $10 \times .74$; $42 \times .001$; 3.15×1000; $8 \times .082$; $.125 \times .01$
   (*b*) $.009 \times .08$; $.11 \times .11$; $.127 \times .06$; $.345 \times .003$

3. $346 \times 28 = 9688$ ആയാൽ താഴെക്കാണുന്ന ഗുണനഫലങ്ങൾ ക്രിയ ചെയ്യാതെ എഴുതുക :—
   346×2.8; $346 \times .28$; 34.6×28; $.346 \times .28$; $.346 \times 2.8$; $.00346 \times 28$; $.0346 \times 280$

4. $10.5375 \div .843$ എത്ര ? ഈ ഫലം ഉപയോഗിച്ച് $105.375 \div 8.43$ എത്ര എന്നു ഹരിക്കാതെ എഴുതുക.

5. 7.5 മീററർ തുണിയുടെ വില 26.25 രൂപ ആയാൽ, .75 മീററർ തുണിയുടെ വില എന്തു് ? ഈ ക്രമത്തിനു 3 മീററർ തുണിക്കു് എന്തു വില കൊടുക്കണം ?

Test 3

1. 100 നാളികേരത്തിനു 30.20 രൂപ വില വച്ചു് 155 നാളികേരത്തിന്റെ വില പ്രാക്ടീസ് വഴി കാണുക.

2. 100 നു് 12.30 രൂപ വിലവച്ചു് 444 സാധനങ്ങളുടെ വില പ്രാക്ടീസ് വഴി കാണുക.

3. മണിക്കൂറിൽ 32 കി. മീററർ വീതം 3 മണിക്കൂർ 40 മി. 45 സെ. സമയത്തിൽ പോകുന്ന ദൂരം എത്ര ? (പ്രാക്ടീസ് വഴി)

4. ഒരു വർഷത്തിൽ 630 രൂപ വാടക കിട്ടുന്ന ഒരു കെട്ടിടത്തിനു് 4 വർഷം, 7 മാസം, 2 ആഴ്ചത്തേയ്ക്കുള്ള വാടക കണക്കാക്കുക. (പ്രാക്ടീസ് വഴി)

5. ഒരു രൂപയുടെ അലിക്വട്ട് ഭാഗങ്ങളായി (Aliquot parts) പറയുക.
(*a*) 33 ന.പ. ; (*b*) 46 ന.പ. ; (*c*) 68 ന.പ. ; (*d*) 80 ന.പ. ; (*e*) 84 ന.പ.

6. ഡസനു് 3.30 രൂപ വിലവച്ചു് 17 എണ്ണത്തിന്റെ വില പ്രാക്ടീസ് വഴി കാണുക.

7. $\frac{11}{18} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}$ എന്ന തത്വത്തിനെ ആസ്പദമാക്കി 168.66 ന്റെ $\frac{11}{18}$ എത്രയെന്നു കാണുക.

Test 4

1. ഗീതയുടെ രചനാഭ്യാസങ്ങൾക്കു് 10-ൽ 4, 4.25, 3.75, 4.75, 5.25, 5.5, 5.75, 4.5 മാർക്ക് കിട്ടി. എന്നാൽ ആവറേജ് മാർക്കെത്ര ?

2. 240 രൂപ വീതം വിലയുള്ള 5 സൈക്കിൾ, 256 രൂ., 263 രൂ., 249 രൂ., 276 രൂ. 242 രൂ. എന്നീ വിലയ്ക്കു വിററാൽ ഒരു സൈക്കിളിന്റെ ആവരേജ് ലാഭമെന്തു് ?

3. ഒരു സ്കൂളിൽ ഏഴാം സ്റ്റാൻഡാർഡിൽ 2 ഡിവിഷൻ ഉണ്ടു്. A ഡിവിഷനിൽ 43 കുട്ടികളും B ഡിവിഷനിൽ 38 കുട്ടികളും ഉണ്ടു്. കണക്കു പരീക്ഷയിൽ A ഡിവിഷനിലെ ആവരേജു മാർക്കു് 52-ം B ഡിവിഷനിലെ ആവരേജു മാർക്കു്

35-ം ആയാൽ ആ ക്ലാസ്സിലെ കണക്കു പരീക്ഷയുടെ ആവരേജു മാർക്കു് എന്തു്?

4. ഒരു തീവണ്ടി ആദ്യത്തെ 4 മണിക്കൂറിൽ 140 കി. മീററും, പിന്നീടു് 8 മണിക്കൂറിൽ 360 കി. മീററും, അടുത്ത 6 മണിക്കൂറിൽ 220 കി. മീററും, ദൂരം പോയി. തീവണ്ടിയുടെ ഒരു മണിക്കൂറിലുള്ള ആവരേജു വേഗം എന്തു്?

5. രണ്ടു വിദ്യാലയങ്ങളിൽനിന്നു് കഴിഞ്ഞ 5 വർഷങ്ങളിൽ S.S.L.C. പാസ്സായ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കാണിക്കുന്ന പട്ടിക ചുവടെ ചേർക്കുന്നു. അതിൽ വിട്ടുപോയ തുക പൂരിപ്പിക്കുക:—

വർഷം	A	B
1959	87	165
1960	88	180
1961	75	—
1962	92	210
1963	98	325
ആവരേജു്	—	205

Test 5

1. പൂരിപ്പിക്കുക:—

	ഭിന്നസംഖ്യ	ഡസിമൽ	പെർസെൻറു്
(a)	$\frac{1}{2}$	—	—
(b)	—	0.625	—
(c)	—	—	85
(d)	$1\frac{1}{2}$	—	—
(e)	—	2.30	—
(f)	—	—	175
(g)	—	—	0.9

	ഭിന്നസംഖ്യ	ഡസിമൽ	പെർസെൻറു്
(h)	—	—	$\frac{3}{8}$
(i)	$\frac{7}{5}$	—	—
(j)	—	0.045	—
(k)	—	0.175	—

2. വിട്ടിട്ടുള്ളതു ചേർക്കുക :—

(a)	25 ൻെറ	30 %	=	—
(b)	30 ,,	— %	=	5
(c)	— ,,	10 %	=	6
(d)	186 ,,	$33\frac{1}{3}$ %	=	—
(e)	45 ,,	— %	=	18
(f)	60 ,,	125 %	=	—
(g)	.0 ,,	— %	=	2
(h)	— ,,	60 %	=	12
(i)	800 ,,	$\frac{1}{2}$ %	=	—
(j)	6 ,,	$3\frac{1}{2}$ %	=	—
(k)	18 ,,	— %	=	12
(l)	— ,,	0.1 %	=	10

3. കോട്ടയത്തുനിന്നു തിരുവനന്തപുരത്തേക്കു് ഫാസ്റ്റ് പാസഞ്ചർ ബസ്സിൽ, 3.80 രൂപ കൊടുക്കേണ്ടി ഇരുന്നതു്, 5.70 രൂപ ആയി, ഇടക്കു വർദ്ധിപ്പിച്ചു. എത്ര % വർദ്ധിപ്പിച്ചു?

4. കി. ഗ്രാമിനു് 1 രൂ. 15 ന.പ. വിലയുള്ള പഞ്ചസാര കി. ഗ്രാമിനു് 1 രൂ. 61 ന.പ. ആയി വിററാൽ എത്ര % വില കൂട്ടി?

5. ക്ലാസ്സ് പരീക്ഷയ്ക്കു് ഒരു കുട്ടിക്കു് കണക്കിനു് 50 ൽ 24 മാർക്കും അടുത്ത പരീക്ഷയ്ക്കു് 30 ൽ 18 മാർക്കു

കിട്ടിയാൽ അഭിവൃദ്ധി ഉണ്ടോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

6. പ്രതിമാസം 110 രൂ. ശമ്പളമുള്ള ഒരദ്ധ്യാപകൻ 99 രൂ. ചിലവാക്കുന്നു. ശമ്പളത്തിൻെറ എത്ര % ചിലവാക്കി ? എത്ര % മിച്ചമുണ്ട് ?

7. ഒരു വില്പനക്കാരനു് വില്പനയുടെ 12% കമ്മീഷൻ കിട്ടുന്നു. ഒരു മാസത്തിൽ 216 രൂ. കമ്മീഷൻ കിട്ടിയാൽ എത്ര രൂപയുടെ വില്പന നടത്തി ?

8. 1250 കുട്ടികളുള്ള ഒരു ഹൈസ്കൂളിൽ ഹൈസ്കൂൾ വിഭാഗത്തിൽ 770 കുട്ടികളുണ്ടെങ്കിൽ, ആ സംഖ്യ ആകെ സംഖ്യയുടെ എത്ര പെർസൻറാണു് ?

9. നെല്ലുണങ്ങുമ്പോൾ $6\frac{1}{2}$% കുറയുന്നു. ഉണക്കതീർത്തു് 935 ലിററർ നെല്ലുകിട്ടാൻ എത്ര ലിററർ നെല്ലുണക്കണം ?

10. ഒരാൾ തൻെറ കടത്തിൽ 40% തിരിച്ചുകൊടുക്കുന്നു. വീണ്ടും 30% കൂടി കൊടുക്കുന്നു. ബാക്കി 90 രൂ. കടം ഉണ്ടെങ്കിൽ, അയാളുടെ കടം എന്തായിരുന്നു ?

Test 6

1. താഴെക്കാണുന്ന പലിശനിരക്കുകൾ പെർസൻറാക്കുക:—

(a) രൂപയ്ക്കു മാസം 1 ന.പ. (b) രൂപയ്ക്കു മാസം $\frac{3}{4}$ ന.പ.
(c) 25 രൂപയ്ക്കു ,, 50 ,,
(d) രൂപയ്ക്കു ആഴ്ചയിൽ 1 ന.പ
(1 വർഷം = 52 ആഴ്ച)
(e) 10 രൂപയ്ക്കു ദിവസം 1 ന.പ.
(1 വർഷം = 365 ദിവസം)

2. താഴെക്കാണുന്ന പ്രതിമാസ പലിശ നിരക്കുകൾ വർഷത്തിൽ എത്ര % ?
$\frac{1}{2}$%, $\frac{3}{4}$%, 1%, $1\frac{3}{4}$%, 2%

3. താഴെക്കാണുന്ന പ്രതിവർഷ നിരക്കുകൾക്കു അനുരൂപമായ പ്രതിമാസ നിരക്കുകൾ കാണുക :—
12%, 15%, 18%, $7\frac{1}{2}$%, 10%

4. പ്രതിവർഷം 5% പലിശവച്ച് 500 രൂപയ്ക്ക് 2 വർഷത്തെ പലിശ എന്ത് ?

5. 300 രൂപയ്ക്ക് പ്രതിവർഷം 6% നിരക്കിൽ 9 മാസത്തെ പലിശ എന്ത് ?

6. 800 രൂപയ്ക്ക് പ്രതിവർഷം 9% നിരക്കിൽ $1\frac{1}{4}$ വർഷത്തെ പലിശ എന്ത് ?

7. 375 രൂപയ്ക്ക് പ്രതിവർഷം $6\frac{1}{4}$% നിരക്കിൽ 73 ദിവസത്തെ പലിശ കാണുക.

8. ഹസനാർ രൂപയ്ക്കു പ്രതിമാസം 10 ന.പ. പലിശ ഈടാക്കുന്നു. അയാളിൽനിന്നു മോഹൻ 1963 ജനുവരി ഒന്നാം തീയതി 50 രൂപാ കടം വാങ്ങുന്നു. എത്ര നാൾ കഴിഞ്ഞാൽ പലിശ മുതലിനു തുല്യമാകും ?

9. A അയാളുടെ പണത്തിന് 50 രൂപയ്ക്കു പ്രതിവർഷം 10 രൂപ ക്രമത്തിൽ പലിശ ഈടാക്കുന്നു. B ആകട്ടെ ആഴ്ചയിൽ രൂപയ്ക്കു അര ന.പ. ക്രമത്തിലാണ് പലിശ ഈടാക്കുന്നത്. ആരുടെ പക്കൽനിന്നു കടം വാങ്ങുകയാണ് നിങ്ങൾക്കു ലാഭം ? എന്തുകൊണ്ട് ?

10. സഹകരണ സംഘങ്ങൾ രൂപയ്ക്കു പ്രതിമാസം $\frac{3}{4}$ ന.പ. പലിശ ഈടാക്കുന്നു. ഒരു സംഘത്തിൽനിന്ന് ഒരാൾ 600 രൂ. കടം വാങ്ങിയാൽ 10 മാസം കഴിഞ്ഞു മുതൽ പലിശ ഉൾപ്പെടെ എന്തു കൊടുക്കണം ?

Test 7

1. പൂരിപ്പിക്കുക :—

	നീളം	വീതി	വിസ്തീർണ്ണം
(*i*)	12 സെ.മീ.	8 സെ.മീ.	—
(*ii*)	25 ,,	—	300 ച.സെ.മീ.

	നീളം	വീതി	വിസ്തീർണ്ണം
(*iii*)	— സെ.മീ.	40 സെ.മീ.	200 ച.സെ.മീ.
(*iv*)	62.5 ,,	20 ,,	—
(*v*)	76.5 ,,	— ,,	3060 ,,
(*vi*)	—	35.5 ,,	1775 ,,

2. വിട്ടുപോയതു ചേർക്കുക:—

	നീളം	വീതി	വിസ്തീർണ്ണം
(*i*)	20 മീ.	12 മീ.	— ച.മീ.
(*ii*)	50 ,,	30 ,,	— ആർ
(*iii*)	80 ,,	—	40 ,,
(*iv*)	—	60 ,,	60 ,,
(*v*)	5 ചെയിൻ	3 ചെയിൻ	— ,,
(*vi*)	12 ,,	—	480 ,,
(*vii*)	2.5 ,,	1 ,,	— ,,
(*viii*)	5 ,,	— ,,	30 ,,
(*ix*)	40 മീററർ	25 മീററർ	— ,,

3. താഴെക്കാണുന്ന ചുററളവുകളുള്ള സമചതുരങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക :—
(*i*) 80 സെ.മീ. (*ii*) 100 മീ. (*iii*) 40 ചെയിൻ.

4. ഒരു സ്കൂൾകെട്ടിടം 30 മീററർ നീളവും 7 മീററർ വീതിയും ഉള്ളതാണു്. അതിന്റെ രണ്ടററത്തും അതേവീതിയിൽ 12 മീററർ നീളത്തിൽ രണ്ടു പോർട്ടിക്കോയും ഉണ്ടു്. കെട്ടിടത്തിന്റെ തറ മുഴുവൻ കാൺക്രീററു ചെയ്യുവാൻ ചതുരശ്രമീറററിനു് 3.5 രൂപാവെച്ചു് എന്തു ചിലവാകും ?

5. 120 മീററർ നീളം 80 മീററർ വീതിയുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയായ തോട്ടത്തിനു ചുററും ഉള്ളിൽ രണ്ടു മീററർ വീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ടാക്കുവാൻ ചതുരശ്രമീറററിനു 75 ന.പ. വച്ചു് എന്തു ചിലവാകും ?

6. ദീർഘചതുരാകൃതിയായ ഒരു സ്ഥലത്തിന്റെ നീളം, വീതി, ചുററളവ് ഇവ കാണിക്കുന്ന പട്ടിക താഴെ കാണാം. അതിൽ വിട്ടിട്ടുള്ളതു പൂരിപ്പിക്കുക :—

നീളം	വീതി	ചുററളവ്
12 മീ.	10 മീ.	— മീ.
15 ,,	— ,,	54 ,,
20 ,,	— ,,	70 ,,
— ,,	15 ,,	80 ,,
— ,,	12 ,,	84 ,,

7. വിട്ടിട്ടുള്ളതു പൂരിപ്പിക്കുക :—

	നീളം	വീതി	ഉയരം	നാലു ഭിത്തികളുടെ വിസ്തീർണ്ണം
(*i*)	7 മീ.	5 മീ.	4 മീ.	— ച.മീ.
(*ii*)	4 ,,	— മീ.	4 ,,	60 ,,
(*iii*)	12 ,,	10 ,,	— ,,	220 ,,
(*iv*)	— ,,	15 ,,	$4\frac{1}{2}$,,	315 ,,
(*v*)	— ,,	8 ,,	5 ,,	480 ,,

8. ഒരു സർക്കസ് കളിസ്ഥലത്തിനു ചുററും ദീർഘചതുരാകൃതിയിൽ മറയ്ക്കണം. 40 മീററർ നീളം, 25 മീററർ വീതി, 5 മീററർ ഉയരത്തിൽ മറയ്ക്കുവാൻ വേണ്ട ക്യാൻവാസിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?

9. നിങ്ങളുടെ ക്ലാസ്സുമുറിയുടെ നീളം, വീതി, ഉയരം ഇവ അളക്കുക. അതിന്റെ വാതൽ, ജനൽ ഇവയുടെ അളവുകളും കണ്ടു് ചുവരിന്റെ അകവശത്തെ വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കുക. (മീററർ ടേപ്പുകൊണ്ടളക്കണം)

10. 30 മീ. നീളം, 12 മീ. വീതിയുള്ള ഒരു പന്തലിന്റെ നാലുവശവും 1 മീററർ ഉയരത്തിൽ മറയ്ക്കുന്നതിനു് ഒരു ച. മീററിനു 0.75 രൂ. വച്ചു് എന്തു ചിലവാകും ?

അദ്ധ്യായം 2

ആൾജിബ്രാ (Algebra)

ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ 45 രൂ. വിലവെച്ച് ഒരു ചാക്ക് അരിവാങ്ങി 52 രൂ. വിലവെച്ചു വില്ക്കുന്നു. അയാൾക്ക കിട്ടുന്ന ലാഭം എന്തു് ?

ഈ ചോദ്യത്തിൽ ലാഭം കണ്ടുപിടിക്കാൻ നിങ്ങ ളെന്തു ക്രിയയാണു ചെയ്യുന്നതു് ? വിററവിലയായ 52 രൂപയിൽനിന്നും വാങ്ങിയ വിലയായ 45 രൂപ കുറയ്ക്കും അല്ലേ ? അപ്പോൾ ലാഭം 52 രൂ. — 45 രൂ. =7 രൂ. എന്നു കിട്ടും.

ഏതു പരിതസ്ഥിതിയിലും ലാഭം കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള പൊതുതത്വം "വിററവില—വാങ്ങിയവില= ലാഭം" എന്നതാണെന്നു് നിങ്ങൾക്കറിയാം. ഈ പൊതുതത്വം എഴുതാൻ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന വാക്കുകളുടെ ആദ്യക്ഷരം മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ചുരുക്കി എഴുതിനോക്കാം. അപ്പോൾ "വി—വാ=ലാ" എന്നു കിട്ടും. ആദ്യക്ഷരംകൊണ്ടുതന്നെ അതു് എന്തിനെ കുറിക്കുന്നുവെന്നു് നമുക്കു് ഓർക്കാൻ വിഷമമില്ല. ഈ അക്ഷരങ്ങൾ കുറിക്കുന്ന വിലയെ മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യത്തിൽനിന്നു കണ്ടെടുത്തു ചെയ്യുന്നതെങ്ങിനെയെന്നു് നോക്കു.

വി—വാ=ലാ ; അതായതു് 52 രൂ.—45 രൂ. =7രൂ.

'വി' എന്ന അക്ഷരം കുറിക്കുന്നതു് 52 രൂപയേയും, 'വാ' എന്ന അക്ഷരം കുറിക്കുന്നതു് 45 രൂപയേയും 'ലാ' എന്ന അക്ഷരം കുറിക്കുന്നതു് 7 രൂപയേയുമാണെന്നു് സ്പഷ്ടമാണല്ലോ.

(നിങ്ങൾ മുമ്പ് പഠിച്ച 'S—C=G' എന്നതു ഓർക്കണം)

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ വിട്ടുപോയിട്ടുള്ള വില കണ്ടുപിടിക്കാമോ എന്നു നോക്കു. "വി, വാ, ലാ" എന്നീ അക്ഷരങ്ങളുടെ വിലകളിൽ ഏതെങ്കിലും രണ്ടെണ്ണം തന്നിട്ടുണ്ടു്.

	വാ.	വി.	ലാ.
(1)	10 രൂ.	15 രൂ.	—
(2)	35 ന.പ.	—	15 ന.പ.
(3)	$3\frac{1}{3}$ രൂ.	—	$\frac{1}{2}$ രൂ.
(4)	—	5 രൂ.	1 രൂ.
(5)	8 രൂ.	11 രൂ.	—

ഒരേ അക്ഷരത്തിനുതന്നെ പല ചോദ്യങ്ങളിൽ പല വിലകൾ ലഭിക്കുന്നുവെന്നു് നിങ്ങൾക്കു കാണാൻ കഴിയും. അതായതു് ഈ അക്ഷരങ്ങൾക്കു് സ്ഥിരമായ ഒരു വിലയുമില്ല ; എന്തു വിലയുമാകാമെന്നർത്ഥം. നേരേ മറിച്ചു് നമുക്കു പരിചയമുള്ള 1, 2, 3, 4 —— എന്നിങ്ങനെയുള്ള അക്കങ്ങൾക്കു് വില എപ്പോഴും സ്ഥിരമാണു്. വാ, വി, ലാ, x, y, z, S, C, G എന്നിങ്ങനെ അക്ഷരങ്ങൾ കൊണ്ടു കുറിക്കുന്നവ സാങ്കല്പിക സംഖ്യകളാകകൊണ്ടു്, ഈ അക്ഷരസംഖ്യകൾക്കു് എന്തു വിലയും സ്വീകരിക്കാം.

ഈ ഉദാഹരണം നോക്കുക. ബാബു 5 pencil വാങ്ങി. അതിൽ 3 pencil അനിയത്തിക്കു കൊടുത്തു. ബാബുവിന്റെ കയ്യിൽ ശേഷിക്കുന്നതു് 2 pencil ആണല്ലോ. 5 pencil, 3 pencil, 2 pencil ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കുറിക്കുന്നതെങ്ങനെയാണു് ?

$$5 \text{ pencil} - 3 \text{ pencil} = 2 \text{ pencil}$$

ചുരുക്കി എഴുതിയാൽ $5p - 3p = 2p$ എന്നു കിട്ടും ?

"p" എന്നതിനുപകരം എന്തുതന്നെയായാലും ഈ ബന്ധം ശരിയാണു്.

മറെറാരു ചോദ്യം ചോദിക്കാം. ഒരു കുട്ടിക്കു് 1 ബിസ്കററു വെച്ചു് 8 പേർക്കു് കൊടുക്കുവാൻ എത്ര ബിസ്കററു വേണം ?

ഒരു കുട്ടിക്കു് 1 ബിസ്കററുവെച്ചു് 8 കുട്ടികൾക്കു് 1 ബിസ്കററു് × 8 = 8 ബിസ്കററു് വേണം, ഇതു് ചുരുക്കി എഴുതിയാൽ 1 ബി × 8 = 8 ബി എന്നു കിട്ടും.

ഇതുപോലെതന്നെ 5 രൂ. വീതം വിലവെച്ച് 3 പേനയ്ക്ക് എത്ര രൂപയാകും? 5 രൂ. $\times$ 3 = 15 രൂ. അല്ലേ? ഈ ചോദ്യത്തിൽ "5 രൂ." എന്നതിനുപകരം "x രൂ" ആണ് ഒരു പേനയുടെ വില എങ്കിൽ 3 പേനയുടെ വില x രൂ. $\times$ 3 ആയിരിക്കും. "x രൂ. $\times$ 3" എന്നതിനെ 3x രൂ എന്നു ചേർത്തെഴുതാം.

x രൂ. വീതം വില വച്ച് y പേനകളുടെ വില എന്താണെന്നു നോക്കുക. x രൂ. $\times$ y = xy രൂ. എന്നു ചുരുക്കി എഴുതാം. ഇങ്ങനെ ചേർത്തെഴുതുന്നത് ഗുണനക്രിയയിൽ മാത്രമേ പാടുള്ളുവെന്ന വസ്തുത ഓർത്തിരിക്കേണ്ടതാണ്. 5 $\times$ 8 എന്ന് സ്ഥിരവിലയുള്ള സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഇങ്ങനെ ചേർത്തെഴുതുന്നത് തെറ്റാണ്. അക്ഷരങ്ങളെക്കൊണ്ടുള്ള ഗുണനക്രിയ ചെയ്യുമ്പോൾ മാത്രമേ, ഇങ്ങനെ ചേർത്തെഴുതാവൂ

ഇനിയും ഈ ചോദ്യം ചെയ്തിരിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നോക്കുക. എന്റെ കൈവശം 40 ബിസ്കറ്റുണ്ട്. 5 കുട്ടികൾക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോ കുട്ടിക്കും എത്ര ബിസ്കറ്റുവീതം കിട്ടും?

ഒരു കുട്ടിക്കു കിട്ടുന്നത് = 40 ബിസ്കറ്റ് $\div$ 5
= 8 ബിസ്കറ്റ്

അതായത് 40 ബി $\div$ 5 = 8 ബി

x ബിസ്കറ്റ് y കുട്ടികൾക്ക സമമായി വീതിച്ചാൽ

ഒരു കുട്ടിക്കു കിട്ടുന്നത് x ബി $\div$ y = $\frac{x}{y}$ ബി

$$\text{അതായത്}\ x \div y = \frac{x}{y}$$

മേൽ വിവരിച്ചിരിക്കുന്ന വസ്തുതകളിൽ അടങ്ങിയിരിക്കുന്ന പ്രധാന തത്വങ്ങൾ താഴെ പറയുന്നവയാണ്.

1. അങ്കഗണിതത്തിൽ സ്ഥിരം വിലയുള്ള സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുഷ്ക്രിയകൾ ചെയ്യുന്നതു

പോലെ ആൾജിബ്രായിൽ ക്ലിപ്തവിലയില്ലാത്ത അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുഷ്ക്രിയകൾ നിർവ്വഹിക്കാം.

2. ഒരു ക്ലിപ്തസംഖ്യയെ ഒരു അക്ഷരംകൊണ്ടു ഗുണിക്കുകയോ, അക്ഷരങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കുകയോ ചെയ്താൽ അവയുടെ ഇടയ്ക്കു ഗുണന ചിഹ്നം ഇടേണ്ടതില്ല.

3. $\left.\begin{matrix} 5 \times 3 = 15 \\ 3 \times 5 = 15 \end{matrix}\right\}$ ഇതുപോലെതന്നെ അക്ഷരങ്ങൾ

തമ്മിൽ ക്രമം മാററിയിട്ടു ഗുണിച്ചാലും വിലയ്ക്കു് (ഗുണനഫലത്തിലും) വ്യത്യാസം വരുകയില്ല. അതായതു് $x \times y = xy$; $y \times x = xy$.

എക്സ്പ്രഷൻ (Expression)

ദീർഘചതുരാകൃതിയായ ഒരു മുറിയുടെ നീളം 'l' സെ.മീ. വീതി "b" സെ. മീററും ആണെങ്കിൽ അതിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം lb' ച. സെ.മീ. ആണെന്നു നാം പഠിച്ചിട്ടുണ്ടു്. l, b എന്നിവയ്ക്കു് വില എന്തുതന്നെയായിരുന്നാലും, വിസ്തീർണ്ണം = lb എന്ന ബന്ധം ശരിയായിരിക്കും. അപ്പോൾ, lb എന്നതു് ദീർഘചതുരാകൃതിയായ മുറിയുടെ വിസ്തീർണ്ണത്തെ കുറിക്കുന്ന ഒരു എക്സ്പ്രഷൻ ആണു്. അതായതു് വീതിയും നീളവും ഉപയോഗിച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുവാനുള്ള പൊതുരൂപമാണതു് എന്നർത്ഥം.

ഉദാഹരണമായി, (1) y യോടുകൂടി 4 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന എക്സ്പ്രഷൻ $y+4$ ആണു്.

(2) m, n ഇവയുടെ തുകയെ കുറിക്കുന്ന എക്സ്പ്രഷൻ $m+n$ ആണു്.

(3) a-ൽ നിന്നു് b കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്ന എക്സ്പ്രഷൻ $a-b$ ആണു്.

Exercise 1

1. Algebraic Expression കണ്ടു പിടിക്കുക :—

    (1) ഒരു സംഖ്യയുടെ ഇരട്ടി (സംഖ്യ x)
    (2) x, y, z ഇവയുടെ തുക
    (3) 5– നെ ' n ' കൊണ്ടു് ഹരിച്ചതു്
    (4) ചുററളവു് (p) × ഉയരം (h)
    (5) a, b ഇവയുടെ തുകയെ 2 കൊണ്ടു ഹരിച്ചതു്
    (6) g–യുടെ പകുതിയിൽ നിന്നു് c കുറച്ചതു്
    (7) x–ൻെറ ഇരട്ടിയെ 5 കൊണ്ടു് ഹരിച്ചതു്
    (8) a, b ഇവയുടെ ഗുണനഫലത്തെ c, d ഇവയുടെ ഗുണനഫലം കൊണ്ടു് ഹരിച്ചതു്
    (9) x, y, z ഇവയുടെ തുകയിൽനിന്നു് 5 കുറച്ചതു്
    (10) x, y ഇവയുടെ ഗുണനഫലത്തിൻെറ 5 ഇരട്ടിയിൽനിന്നു് a, b ഇവയുടെ ഗുണനഫലത്തിൻെറ 3 ഇരട്ടി കുറച്ചതു്.

2. lwh, bxy, l+w, 2l+3 w, $\frac{bh}{2}$, 2 ad—3 xy

    $\frac{ab+x}{3}$, $\frac{9x}{5}$ ഈ ഓരോ expression-ലെ ക്രിയകൾ വാചകത്തിലെഴുതുക.

3. ഒരു പെൻസിലിൻെറ നീളം l ആണെങ്കിൽ താഴെക്കാണുന്ന expression–ൻെറ അത്ഥമെന്തു് ?
    2 l, $5\frac{1}{2}$ l ; $\frac{1}{8}$l ; 2·5 l ; l÷5 ;—l—lcm ; 2 l—3cm ; $\frac{l+l}{2}$; $2\frac{1}{2}$l—3.

4. ഒരു മുറിയുടെ വീതി "w" ആണെങ്കിൽ താഴെ കാണുന്ന expression-ൻെറ അത്ഥമെന്തു് ?
    8w, $3\frac{1}{2}$w, 3·5w, w+6 മീ ; 3w—2 മീ.

5. ഒരു ഭിത്തിയുടെ ഉയരം 'h' ആയാൽ താഴെക്കാണുന്ന expression എന്തു്?

$1\frac{1}{8}h$; $\frac{1}{2}h$; $\frac{2}{3}h$; $2\frac{2}{3}h$; $1\frac{1}{8}+2$ മീ.

6. ഒരാളുടെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് x ആണെങ്കിൽ താഴെ കാണുന്ന expression ഓരോന്നു എന്തിനെ കുറിക്കുന്നു?

$x+7$; $x-5$; $3x+4$; $4x-5$; $\frac{2x}{5}$

ഫോമുല (Formula)

'l' സെ.മീ. നീളം, 'b' സെ.മീ. വീതിയുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയായ മുറിയുടെ വിസ്തീർണ്ണം 'lb' ച. സെ.മീ. ആണെന്നു് പ്രസ്താവിച്ചുവല്ലൊ. lb എന്നതു് വിസ്തീർണ്ണത്തെ കുറിക്കുന്ന എക്സ്പ്രഷൻ ആണെന്നും നാം പഠിച്ചു. വിസ്തീർണ്ണം എന്ന വാക്കു് സൂചിപ്പിക്കുവാൻ A എന്ന അക്ഷരം ഉപയോഗിക്കാം. അപ്പോൾ $A=lb$ എന്നെഴുതി വിസ്തീർണ്ണവും ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളം, വീതി ഇവയുടെ ഗുണനഫലവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ കുറിക്കാം. അതായതു് A എന്ന expression-നും, lb എന്ന expression-നും, തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെക്കുറിക്കുന്ന ഒരു സൂത്രസംജ്ഞയാണു് $A=lb$ എന്നുള്ളതു്.

മറെറാരുദാഹരണം എടുക്കാം.

ദീർഘചതുരാകൃതിയായ ഒരു മുറിയുടെ ചുററളവു് നീളത്തിന്റെ ഇരട്ടിയും വീതിയുടെ ഇരട്ടിയും തമ്മിൽ കൂട്ടികിട്ടുന്നതാണു്, എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ ഫോമുല $p=2l+2b$ എന്നായിരിക്കും.

Exercise 2

1. താഴെ കാണുന്നവ ഫോമുലരൂപത്തിൽ എഴുതുക:-

(1) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ചുററളവു്, ഒരു വശത്തിന്റെ 4 ഇരട്ടി ആണു്. (ചുററളവു് p; ഒരു വശം a)

(2) ഒരു സർക്കിളിൻെറ സർക്കംഫറൻസ് π-യെ ഡയമീററർകൊണ്ടു ഗുണിക്കുന്നതാണ്. (സർക്കംഫറൻസ് c, ഡയമീററർ d).

(3) ഒരു സർക്കിളിൻെറ റേഡിയസ്, ഡയമീറററിൻെറ പകുതി ആണ്. (റേഡിയസ് r, ഡയമീററർ d)

(4) മുതലും പലിശയും കൂടി കൂട്ടിയാൽ തുക കിട്ടും (മുതൽ P, പലിശ I, തുക A)

(5) 'N' സംഖ്യകളുടെ ആവറേജ് സംഖ്യകളുടെ എണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്ന ഫലമാണ് (ആവറേജ് A; സംഖ്യകളുടെ തുക S)

(6) മൊത്താദായത്തിൽനിന്ന് ആദായനികുതി കുറച്ചാൽ അററാദായം കിട്ടും (മൊത്താദായം G; ആദായനികുതി 't' അററാദായം N).

(7) മുതൽ, പലിശനിരക്ക്, കാലം ഇവതമ്മിൽ ഗുണിച്ചാണ് സാധാരണ പലിശ കാണുന്നതു്. (മുതൽ P, പലിശനിരക്ക് R, കാലം N, പലിശ I)

(8) ഒരു ദീർഘചതുരാകൃതിയായ മുറിയുടെ നാലുവശത്തുമുള്ള ഭിത്തിയുടെ വിസ്തീർണ്ണം, മുറിയുടെ ചുററളവും ഭിത്തിയുടെ ഉയരവും തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലമാണ്. (വിസ്തീർണ്ണം A, മുറിയുടെ ചുററളവ് p, ഭിത്തിയുടെ ഉയരം h)

(9) ഒരു ഇക്വിലാററൽ ട്രയാംഗിളിൻെറ ചുററളവ് വശത്തിൻെറ 3 ഇരട്ടിയാണ്. (ചുററളവ് p, വശത്തിൻെറ നീളം q)

(10) ഒരു വ്യാപാരിയുടെ കമ്മീഷൻ നിരക്ക്, കമ്മീഷൻ തുകയെ വില്പനതുക കൊണ്ടു് ഹരിക്കുന്നതാണ്. (കമ്മീഷൻ നിരക്ക് a, കമ്മീഷൻതുക c, വില്പനതുക s)

2. താഴെ കാണുന്ന ഫോമുല ഓരോന്നും എന്തു ബന്ധത്തെകുറിക്കുന്നു എന്നു വിശദമാക്കുക :—
(ബ്രാക്കററിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സൂചന ശ്രദ്ധിക്കണം)

(1) $A=bh$ (മുറിയുടെ കുറിയ വശത്തുള്ള ഒരു ഭിത്തി)
(2) $P=2l+2b$ (ദീർഘചതുരം)
(3) $P=4s$ (സമചതുരം)
(4) $B=s-c$ (വ്യാപാരം)

മൂല്യനിർണ്ണയം ചെയ്യൽ (Evaluation)

ഒരു എക്സ്പ്രഷനിലുള്ള അക്ഷരങ്ങളുടെ വില തന്നാൽ ആ എക്സ്പ്രഷൻെറ വില കാണുവാൻകഴിയും.

$A=5$ ആയാൽ $4a=4\times5=20$ ആണ്. ഇതു പോലെ തന്നെ $a=3$; $b=2$ ആയാൽ $2a+2b$ യുടെ വില എന്തായിരിക്കും ?

$2a+2b=2\times3+2\times2=10$. ഇങ്ങനെ ഏതു് എക്സ്പ്രഷനിലുള്ള അക്ഷരങ്ങളുടെ വില തന്നാലും, എക്സ്പ്രഷൻെറ വില നമുക്കു കാണാൻ കഴിയും.

Exercise 3

1. താഴെ കാണുന്ന എക്സ്പ്രഷൻെറ വില കാണുക :—

(*a*) $s=6$ ആയാൽ $4s$ ൻെറ വില ?
(*b*) $r=12$ ആയാൽ $2r$ ൻെറ വില ?
(*c*) $b=10$, $h=7$ ആയാൽ bh എത്ര ?
(*d*) $\pi=3{\cdot}14$, $d=10$ ആയാൽ πd എത്ര ?
(*e*) $l=11$, $w=7$, $h=10$ ആയാൽ lwh എത്ര ?
(*f*) $p=400$, $R={\cdot}06$, $t=8$ ആയാൽ pRt എത്ര ?

2. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന എക്സ്പ്രഷൻെറ വില എന്തു് ?

(*a*) $P=500$, $r=120$ ആയാൽ $p+r$ എത്ര

(*b*) b=32, l=29 ആയാൽ b+21 എത്ര ?
(*c*) a=10, b=5 ആയാൽ 2a+2b എത്ര ?
(*d*) l=12, w=15 ആയാൽ 2l+2n+3 എത്ര ?
(*e*) l=18, w=14, h=17 ആയാൽ 2 lw+2 lh എത്ര ?

3. വില കാണുക :—

(*i*) d=42 ആയാൽ $\frac{d}{2}$ എത്ര ?

(*ii*) a=25 ; b=20 ആയാൽ $\frac{ab}{3}$ എത്ര ?

(*iii*) B=210; h=7 ആയാൽ $\frac{Bh}{5}$ എത്ര ?

(*iv*) b=52, d=38 ആയാൽ $\frac{b+d}{2}$ എത്ര ?

4. Evaluate :—

x=1 ; y=5 ; z=8 ആയാൽ
(*i*) xy+z, (*ii*) xz—y, (*iii*) xy+xz,
(*iv*) xy+yz, (*v*) xy+xz+yz

ഇനിയും ഒരു ഫോമുലായിൽ ഒരു വശത്തുള്ള അക്ഷരത്തിൻെറ വില കാണുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

ഉദാ: (1) p=4s എന്ന ഫോമുലായിൽ s=16 ആണെങ്കിൽ p എത്ര ?

p—4s
=4×16=64

ഉദാ: (2) $A=lb$, $l=12$, $b=5$ ആയാൽ A എത്ര?
$A=lb=12\times5=\underline{\underline{60}}$

Exercise 4

1.	$d=2r$	എന്ന ഫോമുലായിൽ		$r=85$, d എത്ര?
2.	$p=6s$	,,	,,	$s=15$, p എത്ര?
൩.	$A=bh$	,,	,,	$b=32$, $h=9$, A എത്ര?
൪.	$A=P+I$	,,	,,	$P=620$, $I=53$ A എത്ര?
൫.	$p=2l+2W$	,,	,,	$l=73$, $W=28$ p എത്ര?
൬.	$A=90-B$	,,	,,	$B=47$, A എത്ര?
൭.	$i=prt$	,,	,,	$p=650$, $r=\cdot04$, $t=9$, i എത്ര?
൮.	$V=lwh$	,,	,,	$l=41$, $w=27$, $h=30$, V എത്ര?
൯.	$d=\frac{c}{\pi}$	,,	,,	$c=3\cdot14$, $\pi=3\cdot14$, d എത്ര?
10.	$A=\frac{s}{n}$	,,	,,	$s=350$, $n=50$, A എത്ര?
11.	$p=2l+2h$	,,	,,	$l=20$, $h=12$, p എത്ര?
12.	$y=mx+c$	,,	,,	$m=5$ $x=12$ $c=10$, y എത്ര?

ഇനിയും ഒരു ഫോമുലായിലുള്ള ഏതെങ്കിലും ഒരു അക്ഷരം ഒഴിച്ച് മററെല്ലാ അക്ഷരങ്ങളുടേയും വില തന്നാൽ, ആ ഒരു അക്ഷരത്തിന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെ ആണ്? താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണം നോക്കു.—

ഉദാ: (1) $i=prt$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $i=140$ $p=400$, $r=.05$ ആയാൽ t യുടെ വില എത്ര?

$i=prt$

i.e. $140=400\times.05\times t$; അതായതു് $140=20\,t$, അപ്പോൾ 140 എന്നതു് t യുടെ 20 ഇരട്ടിയാണ്. എന്നാൽ t എത്രയായിരിക്കണം?

$$t=\frac{140}{20}=7$$

ഉദാ: (2) $a=\frac{s}{n}$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $s=125$,

$a=25$ ആയാൽ n എത്ര?

$a=\frac{s}{n}$; തന്നിട്ടുള്ള അക്ഷരത്തിന്റെ വില ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുമ്പോൾ $25=\frac{125}{n}$; 125-നെ ഏതു സംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 25 കിട്ടും? മറെറാരു രീതിയിൽ ചിന്തിച്ചാൽ 25-നെ എത്രകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ 125 കിട്ടും? $\underline{n=15}$.

Exercise 5

1. $A=P+I$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $A=428$, $I=43$ ആയാൽ P എത്ര?

2. $P=3s$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $P=18$, ആയാൽ s എത്ര ?

3. $d=2r$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $d=56$ ആയാൽ r എത്ര ?

4. $A=lw$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $A=96$, $l=6$ ആയാൽ w എത്ര ?

5. $c=\pi d$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $c=15{\cdot}7, \pi=3{\cdot}14$ ആയാൽ d എത്ര ?

6. $i=prt$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $i=180$, $r={\cdot}04$, $t=9$ ആയാൽ p എത്ര ?

7. $v=lwh$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $v=15{\cdot}36$, $l=16$, $h=12$ ആയാൽ w എത്ര ?

8. $A=2\pi rh$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $A=680$, $\pi=3{\cdot}14$, $h=50$ ആയാൽ r എത്ര ?

9. $N=G-T$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $T=20$, $N=110$ ആയാൽ G എത്ര ?

10. $p=b+2l$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $p=91$, $l=29$ ആയാൽ b എത്ര ?

11. $p=2l+2w$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $p=162$, $w=34$ ആയാൽ l എത്ര ?

12. $v=\frac{Bh}{3}$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $v=56$, $B=24$, h എത്ര ?

13. $A=\frac{ab}{2}$ എന്ന ഫോമുലായിൽ $A=144$, $b=18$ ആയാൽ a എത്ര ?

അദ്ധ്യായം 3

ചതുഷ്ക്രിയകൾ

പ്രാരംഭം :—5 രൂപാ വീതം വിലയുള്ള 8 പുസ്തകത്തിന് $5 \times 8 = 40$ രൂ. കൊടുക്കണം. 5 രൂപാവീതം വിലയുള്ള x പുസ്തകത്തിനോ? $5 \times x$ രൂ. വേണം. ഇതു് 5x എന്നു് ഗുണനചിഹ്നം കൂടാതെ എഴുതാമെന്നു പഠിച്ചു. $1 \times b$ എന്നതു് lb എന്നെഴുതിയതു് ഓർക്കുമല്ലോ. 5x ൽ x ൻെറ വില ഏതും ആകാം. 8 പുസ്തകം വാങ്ങിയാൽ x=8, 12 വാങ്ങിയാൽ x=12 എന്നിങ്ങനെ. അങ്ങിനെ x നു് ഒരു ക്ലിപ്തവിലയില്ലാത്തതിനാൽ അതിനു് (Variable) വേരിയബിൾ എന്നാണു പേരു്. 5 ൻെറ വില അങ്ങിനെ വ്യത്യാസപ്പെടുമോ? ഇല്ല. 5 ൻെറ വില സ്ഥിരമാണു്. അതുകൊണ്ടു് അതിനു് കോൺസ്റ്റൻറ് (Constant) എന്നാണു് പറയുന്നതു്. 5x ൽ 5, x ഇവ ഘടകങ്ങളാണു്. ഇവ സഹഘടകങ്ങളാണു് എന്നു പറയാം. (co-factors) — 5, x ഇവ co-factors. 5 എന്നതു് x ൻെറ co-factor ആണു്. ഇതിനു് coefficient എന്നും പറയാറുണ്ടു്. 13y യിൽ 13, y യുടെ coefficient ആണു്. 7xy യിൽ 7, xy യുടെ coefficient ആണു്. Coefficient നെപ്പററി കൂടുതലായി നമുക്കു അടുത്ത ക്ലാസ്സിൽ പഠിക്കാം. തൽക്കാലം സ്ഥിര സംഖ്യകൾ coefficient ആയിരിക്കുന്നവ അറിഞ്ഞാൽ മതി. വെറും x എന്നുമാത്രം കണ്ടാൽ അതിൻെറ coefficient 1 ആണെന്നു ധരിച്ചുകൊള്ളണം. താഴെക്കാണുന്ന variable ൻെറ coefficient എന്തായിരിക്കും? കണ്ടുപിടിക്കണം.

$9a, 3\frac{1}{2}x, 4\frac{1}{8}ab, \frac{x}{2}, 5\frac{1}{6}xy, \frac{1}{4}abc, \frac{xy}{3}$

ഉത്തരം :— $9, 3\frac{1}{2}, 4\frac{1}{8}, \frac{1}{2}, 5\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ എന്നിവ ആയിരിക്കും.

സങ്കലനം (Addition)

അരിത്മെറ്റിക്കിൽ സംഖ്യകൾ കൂട്ടുന്നതെങ്ങിനെയെന്നു നോക്കാം.

4 മുട്ട + 5 മുട്ട = 9 മുട്ട

8 ഓറഞ്ച് + 7 ഓറഞ്ച് = 15 ഓറഞ്ച്

ഇതേരീതിയിൽ

$4m+5m=9m$

$8x+7x=15x.$

തുകയിലെ variable ഭാഗം വ്യത്യാസപ്പെടുന്നില്ല Coefficient എന്താണെന്നു ശ്രദ്ധിക്കണം. ഇടത്തുവശത്തെ coefficient ന്റെ തുകയായിരിക്കും.

അപ്പോൾ $8a+9a=17a \quad (8+9=17)$
$12b+5b=17b \ (12+5=17)$
$c+4c=5c \quad (1+4=5)$

എന്നിങ്ങനെ

അങ്ങിനെ variable ഭാഗത്തിനു വ്യത്യാസമില്ലെങ്കിൽ സങ്കലനത്തിന് coefficient കൂട്ടിയാൽ മതി. ആകട്ടെ, variable ഭാഗത്തിനു വ്യത്യാസമുണ്ടെങ്കിൽ എങ്ങിനെ കൂട്ടാം ? 4 മാങ്ങയും 5 ഓറഞ്ചും കൂടി കൂട്ടിയാൽ തുക എന്ത് ? 4 മാങ്ങ + 5 ഓറഞ്ച് എന്നുമാത്രമെ പറയുവാൻ കഴിയൂ; അതല്ലാതെ 9 മാങ്ങാ ഓറഞ്ചെന്ന് പറയാറുണ്ടോ ? അപ്പോൾ 4a, 5b ഇവ കൂട്ടിയാൽ $4a+5b$ ആയിരിക്കും തുക. $6x$, $4y$ ഇവയുടെ തുക $6x+4y$ ആയിരിക്കും. Variable വ്യത്യാസമാണെങ്കിൽ മുകളിൽ ചെയ്തരീതിയിൽ coefficient തമ്മിൽ കൂട്ടുവാൻ പാടില്ല. Variable ഭാഗത്തിന് വ്യത്യാസമില്ലെങ്കിൽ മാത്രമേ coefficient കൂട്ടുവാൻ പാടുള്ളൂ. $a+\frac{3}{4}a=1\frac{3}{4}a$; $2\frac{1}{2}x+x=3\frac{1}{2}x$; $3\frac{1}{2}x+1\frac{1}{4}x=4\frac{3}{4}x$; $\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}x=1\frac{1}{4}x$; എന്നിങ്ങനെ.

അതുപോലെ $2a+b+a=2a+a+b=3a+b$;
$4x+y+3x=4x+3x+y=7x+y$

എന്നിങ്ങനെ

Exercise 6

1. കൂട്ടുക:—

Set I

x, $2x$
$3x$, $5x$
$4x$, $9x$
$8x$, $13x$
$16a$, $12a$

Set II

$\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{4}a$
$\frac{3}{4}a$, $\frac{1}{2}a$
$\frac{2}{3}b$, b
x, $\frac{5}{6}x$
$\frac{2}{3}y$, $\frac{1}{8}y$

Set III

$1\frac{1}{2}x$, x
$2\frac{1}{2}a$, a
$3\frac{3}{4}b$, b
$4\frac{1}{4}y$, y
y, $5\frac{1}{8}y$

Set IV

$2\frac{1}{2}a$, $3\frac{1}{2}a$
$3\frac{1}{2}x$, $2\frac{3}{4}x$
$3\frac{1}{4}y$, $5\frac{1}{2}y$
$5\frac{1}{5}y$, $2\frac{2}{5}y$
$13\frac{1}{8}a$, $1\frac{1}{8}a$

Set V

a, $3a$, $5a$
$2a$, $5a$, $6a$
$4x$, $3x$, $7x$
$8y$, $4y$, y
$10y$, $3y$, $5y$

Set VI

$\frac{1}{2}x$, $\frac{3}{4}x$, $\frac{1}{4}x$
$\frac{1}{8}x$, $\frac{2}{3}x$, $\frac{1}{2}x$
$\frac{3}{4}a$, $\frac{1}{4}a$, $\frac{1}{2}a$
$\frac{5}{6}b$, $\frac{1}{6}b$, $\frac{1}{6}b$
$\frac{1}{5}a$, $\frac{3}{5}a$, $\frac{4}{5}a$

Set VII

$1\frac{1}{2}x$, $2\frac{1}{2}x$, $3\frac{1}{4}x$
$2\frac{1}{8}a$, $3\frac{2}{3}a$, $2\frac{1}{8}a$
$4\frac{1}{4}x$, $2\frac{1}{8}x$, $3\frac{3}{4}x$
$5\frac{1}{8}x$, x, $2\frac{2}{3}x$
$12\frac{1}{2}b$, $13\frac{1}{2}b$, $10\frac{3}{4}b$

Set VIII

$0{\cdot}5a$, $0{\cdot}7a$, $0{\cdot}8a$
$0{\cdot}9a$, $0{\cdot}2a$, $0{\cdot}3a$
$0{\cdot}8x$, $0{\cdot}4x$, $0{\cdot}5x$
$0{\cdot}6b$, $0{\cdot}4b$, $0{\cdot}8b$
$0{\cdot}4y$, $0{\cdot}5y$, $0{\cdot}3y$

Set IX

1·3x, 2·5x, 3·7x
2·4a, 3·6a, 4·7a
1·25a, 3·62a, 2·75a
9·9y, 6·3y, 4·8y
6·45x, 3·55x, 5·35x

Set X

1·75x, 2·35x, 3·25x
2·65a, 3·35a, 4·55a
8·35a, 4·05a, 2·60a
0·46x, 0·06x, 0·09x
12·65y, 13·45y, 0·45y

Set XI

2a, 3b
3x, 5y
4b, 5c
8a, 4b
6a, 4b

Set XII

2a, 4a, 5b
4x, 6x, 9y
2x, 5x, 7y
5x, 6x, 12y
3x, 9x, 14y

Set XIII

3x, 4y, 5x
5a, 2b, 3a
6y, 5x, 4y
9b, 3a, 5b
2c, 5d, 6c

Set XIV

$\frac{1}{2}$a, 1$\frac{1}{2}$a, 3b
$\frac{1}{4}$b, $\frac{3}{4}$b, 4b
$\frac{1}{8}$x, $\frac{2}{3}$x, $\frac{1}{6}$y
$\frac{2}{5}$x, $\frac{8}{5}$x, $\frac{3}{4}$y
$\frac{1}{6}$x, $\frac{5}{6}$x, $\frac{2}{3}$y

Set XV

1$\frac{1}{2}$x, 2$\frac{1}{2}$x, y
2$\frac{1}{2}$a, 1$\frac{3}{4}$a, $\frac{1}{2}$b
3$\frac{1}{2}$x, 4$\frac{1}{4}$x, 2$\frac{1}{3}$y
5$\frac{1}{8}$a, 3$\frac{1}{8}$a, 2$\frac{1}{2}$y
8$\frac{1}{2}$x, 4$\frac{1}{4}$x, 2$\frac{1}{4}$y

Set XVI

1·5a, 3·6a, b
2·4x, 1·6x, 1·3y
0·5a, 0·8a, 3·4b
2·35b, 1·45b, 5·45a
·05x, ·07x, ·8y

Set XVII

$0{\cdot}5ab$, $0.7ab$, x
${\cdot}8xy$, ${\cdot}9xy$, a
${\cdot}03ab$, ${\cdot}08ab$, ${\cdot}5x$
${\cdot}25xy$, $85xy$, ${\cdot}25a$
${\cdot}35ab$, $45cd$, ${\cdot}25xy$

2. ലഘൂകരിക്കുക :—

Set XVIII

$x+2x$
$3x+5x$
$8x+5x$
$12a+15a$
$15y+17y$

Set XIX

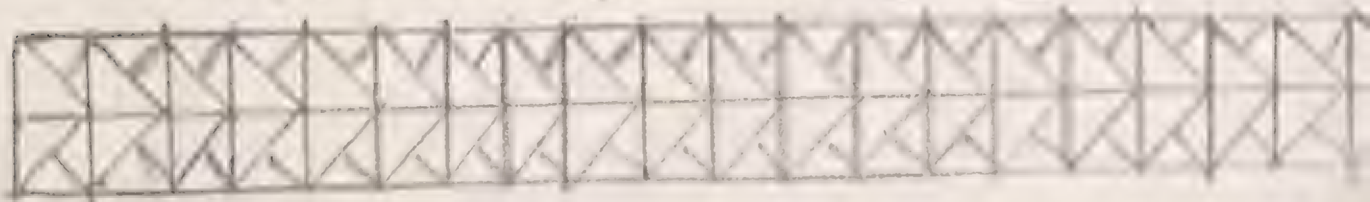
$3x+4x+9x$
$4\frac{1}{2}x+5\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}x$
$2{\cdot}5x+3{\cdot}5x+5{\cdot}5x$
$18{\cdot}5a+14{\cdot}5a+16{\cdot}5a$
$20{\cdot}25y+30{\cdot}5y+15{\cdot}75y$

Set XX

$3a+4a+7b$
$8x+9x+4y$
$9x+14y+12x$
$2\frac{1}{2}x+4\frac{1}{2}y+3\frac{1}{2}x$
$3{\cdot}5y+5{\cdot}5x+6{\cdot}7x$

3. ഞാൻ കടയിൽനിന്നു് x രൂപാ വീതം വിലയുള്ള 8 നോട്ടുബുക്കും, 5 രൂപാ വീതം വിലയുള്ള x പുസ്തകവും വാങ്ങിയാൽ ആകെ എന്തു വിലകൊടുക്കണം ?

4. ഒരു ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളം $4x$ മീററും, വീതി $3x$ മീററും ആയാൽ ചുററളവെന്തു് ?



വ്യവകലനം (Subtraction)

8 മാമ്പഴത്തിൽനിന്നു് 3 മാമ്പഴം കുറച്ചാൽ 5 മാമ്പഴം കിട്ടും. അതു് 8 മാമ്പഴം — 3 മാമ്പഴം = 5 മാമ്പഴം എന്നെഴുതാം. ഈ പ്രസ്താവന പൊതുവിൽ $8x-3x=5x$ എന്നെഴുതാവുന്നതാണു്. അതുപോലെ $10a-7a=3a$.

സങ്കലനത്തിലെപ്പോലെ variables ന്നു വ്യത്യാസമില്ലെങ്കിൽ വ്യത്യാസം കാണുവാൻ coefficients ന്റെ വ്യത്യാസം കണ്ടാൽ മതി. അതായിരിക്കും ഉത്തരത്തിലെ coefficient. അപ്പോൾ,

$$6d-2d=4d$$

$$x-\frac{1}{4}x=\frac{3}{4}x, \qquad (1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4})$$

$$a-\frac{1}{3}a=\frac{2}{3}a, \qquad (1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3})$$

$$2\frac{1}{2}b-1\frac{3}{4}b=\frac{3}{4}b, (2\frac{1}{2}-1\frac{3}{4}=\frac{3}{4})$$

എന്നിങ്ങനെ ഉത്തരം കിട്ടും. എന്നാൽ $8x$ ൽനിന്നു $5y$ കുറയ്ക്കുവാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടാൽ സങ്കലനത്തിലെപ്പോലെ $8x-5y$ എന്നെഴുതുവാൻ കഴിയും—variables രണ്ടു ജാതിയാകയാൽ. 8 മാമ്പഴത്തിൽനിന്നു് 5 ഓറഞ്ചു് കുറയ്ക്കുവാൻ കഴിയുകയില്ലല്ലോ. 8 രൂപ യിൽനിന്നു് 5 ന.പ. കുറയ്ക്കുന്നതു് 8രൂ.—5 ന.പ. എന്നെഴുതിയല്ലേ? അതുപോലെ $8a$ യിൽനിന്നു് $3b$ കുറച്ചാൽ $8a-3b$ എന്നു കിട്ടും. ഒരാളുടെ $12x$ രൂപയിൽ നിന്നു $5y$ രൂപാ ചെലവായാൽ അയാളുടെ പക്കൽ $(12x-5y)$ രൂപ ബാക്കി കാണും. താഴെക്കാണുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കുക.

ഉദാ: —(1) $6x$ൽ നിന്നു് x കുറയ്ക്കുക. $6x-x=5x$.

(2) $8ab-5ab$ എത്ര? $8ab-5ab=3ab$.

(3) $4x$ നോടു എന്തു കൂട്ടിയാൽ $9x$ കിട്ടും?

$9x-4x=5x$. $\therefore$ $4x$ നോടു $5x$ കൂട്ടണം.

(4) 12a, 8a യെക്കാൾ എത്ര വലുതാണു്

$12a-8a=4a.$

12a, 8a യെക്കാൾ 4a വലുതാണു്

(5) 4x, 5x ഇവയുടെ തുകയിൽ നിന്നു് 6x കുറക്കുക.

4x, 5x ഇവയുടെ തുക $4x+5x=9x.$

$9x-6x=3x.$

(6) 8a, 3a ഇവയുടെ തുകയോടു എന്തു കൂട്ടിയാൽ a, 12a ഇവയുടെ തുക കിട്ടും?

8a, 3a ഇവയുടെ തുക $8a+3a=11a,$

a, 12a ,, $a+12a=13a,$

$\therefore$ $13a-11a=2a.$

2a കൂട്ടണം.

Exercise 7

Set I				Set II			
8a	യിൽ നിന്നു്	a	കുറക്കുക	x	ൽ നിന്നു്	$\frac{1}{2}x$	കുറക്കുക
12x	,,	8x	,,	a	,,	$\frac{1}{5}a$	,,
9x	,,	4x	,,	b	,,	$\frac{3}{4}b$	,,
15a	,,	12a	,,	y	,,	$\frac{2}{7}y$	,,
22b	,,	17b	,,	x	,,	$\frac{5}{6}x$	,,

Set III				Set IV			
$\frac{2}{3}x$	ൽ നിന്നു്	$\frac{1}{2}x$	കുറക്കുക	$2\frac{3}{4}x$	ൽ നിന്നു്	$1\frac{1}{2}x$	കുറക്കുക
$\frac{2}{3}a$	,,	$\frac{1}{3}a$	,,	$3\frac{1}{4}a$	,,	$2\frac{1}{2}a$	,,
$\frac{5}{6}b$	,,	$\frac{1}{2}b$	,,	$4\frac{3}{4}b$	,,	$1\frac{3}{4}b$	,,
$\frac{4}{5}b$	,,	$\frac{3}{5}b$	,,	$2\frac{3}{5}y$	,,	$1\frac{1}{5}y$	,,
$\frac{5}{7}y$	,,	$\frac{2}{7}y$	,,	$8\frac{4}{5}x$	,,	$5\frac{3}{5}x$	,,

Set V

x ൽ നിന്നു്		2y കുറക്കുക	
3x	,,	4y	,,
4a	,,	3b	,,
5ab	,,	6xy	,,
12cd	,,	5ab	,,

ഉത്തരം കാണുക :—

Set VI	Set VII	Set VIII
8x — 5x	$x - \frac{1}{3}x$	$1\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x$
12a — 3a	$a - \frac{3}{4}a$	$2\frac{1}{4}a - 1\frac{3}{4}a$
15a — 10a	$p - \frac{1}{4}p$	$3\frac{1}{2}y - \frac{3}{4}y$
18b — 12b	$b - \frac{4}{5}b$	$4\frac{4}{5}b - 2\frac{2}{5}b$
25ab — 13ab	y — y	$5\frac{2}{3}x - 2\frac{1}{3}x$

Set IX

x നോടു എത്ര കൂട്ടിയാൽ		9x കിട്ടും	
4a	,,	8a	,,
8b	,,	12b	,,
6x	,,	13x	,,
13ab	,,	20ab	,,

Set X

5x -നെക്കാൾ	എത്ര വലുതാണു്	12x
8b	,,	15b
6a	,,	13a
3ab	,,	17ab
13xy	,,	20xy

Set XI

x, 4x ഇവയുടെ തുകയിൽനിന്നു് 2x കുറയ്ക്കുക.

4a, 3a	,,	a	,,
9x, 5x	,,	10x	,,
10y, 6y	,,	13y	,,
2ab, 9ab	,,	5ab	,,

Set XII

13a, 14a ഇവയുടെ തുകയിൽനിന്നു് 10b കുറയ്ക്കുക.

10x, 3x	,,	5y	,,
12a, 10b	,,	8b	,,
15x, 12y	,,	10x	,,
10a, 15b	,,	8a	,,

Set XIII

5a, a	ഇവയുടെ തുകയിൽ നിന്നു്	2a, a	ഇവയുടെ തുക കുറയ്ക്കുക.
9x, x	,,	5x, 2x	,,
10y, 12y	,,	8y, 9y	,,
6a, 13a	,,	a, 12a	,,
10b, 12b	,,	8b, 5b	,,

Set XIV

3·5x, 2·8x	ഇവയുടെ തുക	0·5x, 1·8x	ഇവയുടെ തുകയെക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണു്?
2·3a, 5·4a	,,	1·7a, 3·4a	,,
·75x, 8·25x	,,	2·35x, 4·65x	,,
2·35y, 5·53y	,,	·75y, 5·85y	,,
3·47b, 2·54b	,,	·53b, 2·35b	,,

2. പൂരിപ്പിക്കുക :—

$18x - \;..\; = 10x$; $12a - \;..\; = 8a$

$..\; - 4a = 12a$; $13ab - \;..\; = 10ab$

$3\frac{1}{2}y - \;..\; = 2\frac{1}{4}y$

3. 4x രൂപാ വിലയുള്ള ഒരു പേനാ വാങ്ങി 5 രൂ. കൊടുത്താൽ ബാക്കി എത്ര കൂടി കൊടുക്കണം?

4. ഒരു പഴക്കച്ചവടക്കാരൻ വാങ്ങിയ 24x മാമ്പഴത്തിൽ 15a മാമ്പഴം ചീഞ്ഞുപോയാൽ അയാൾക്കു വില്ക്കുവാൻ എത്ര മാമ്പഴം കിട്ടി?

5. ഒരു പുസ്തകത്തിന്നു് 5a രൂപായും ഒരു നോട്ടുബുക്കിന്നു് 3a രൂപയും വിലയാണു്. അതു രണ്ടും വാങ്ങി 4a രൂപാ കൊടുത്താൽ ബാക്കി എത്ര കൊടുക്കണം?

6. ഒരു പിതാവിന്റെ വയസ്സു് 47x ആണു്. പുത്രന്റെ വയസ്സു് അതിൽ 12x കുറവാണു്. രണ്ടുപേർക്കും കൂടി എത്ര വയസ്സുണ്ടു്?

7. ഒരു കുടയ്ക്കു് 20a രൂപാ വിലയാണു്. ഒരു വിളക്കിന്നു് അതിൽ 8a രൂപാ കുറവാണു്. ഒരു പേനയ്ക്കു വിളക്കിനെക്കാൾ 2a രൂപാ കുറവാണു്. എങ്കിൽ മൂന്നു സാധനങ്ങൾക്കും കൂടി എത്ര വില കൊടുക്കണം?

ഗുണനം (Multiplication)

ഒരു പുസ്തകത്തിന്റെ വില x രൂപ ആണെങ്കിൽ y പുസ്തകത്തിന്റെ വില $x \times y$ രൂപ ആയിരിക്കും. ഇതു് ഇടയ്ക്കു ഗുണനചിഹ്നം കൂടാതെ xy എന്നെഴുതാമെന്നു നാം പഠിച്ചു. അതുപോലെ $a \times b$ എന്നതു ab എന്നും $4 \times x$ എന്നതു് 4x എന്നും എഴുതാമെന്നും പഠിച്ചതാണു്. x, y, z ഇവയുടെ ഗുണനഫലം xyz ആയിരിക്കും. p,p,p ഇവയുടെ ഗുണനഫലമോ? ppp എന്നായിരിക്കും. അതുച്ചരിക്കുമ്പോഴുള്ള വൈകൃതം ഒന്നു ശ്രദ്ധിക്കണം.

ഈ വൈകൃതം ഒഴിവാക്കുവാനും ഹ്രസ്വതയ്ക്കും വേണ്ടി ഇതു് p^3 എന്നെഴുതുകയാണു് പതിവു്. p യുടെ മുകളിൽ വലത്തുമാറി p യെ p കൊണ്ടു് എത്ര പ്രാവശ്യം ഗുണിച്ചു എന്നു കാണിക്കുന്ന സംഖ്യയായ 3 ഇടും. ഇതു് 'p cubed' എന്നോ, 'p raised to the power of 3' എന്നോ പറയും. അതുപോലെ $p \times p$ എന്നതു് p^2 എന്നെഴുതാം. 'p squared' എന്നു പറയാം. p യെ p കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതു്. അതു് 2p അല്ല. 2p എന്നതു് $p + p$ ആണു്. അല്ലെങ്കിൽ $2 \times p$ ആണു്. $p \times p \times p \times p$ എന്നതു് p^4 (p raised to 4) എന്നെഴുതാം. അതു് 4p അല്ല. 4p എന്നതു് $4 \times p$ അല്ലെങ്കിൽ $p + p + p + p$ ആണു്. ഒരു സംഖ്യയെ അതേ സംഖ്യകൊണ്ടു തന്നെ വളരെ പ്രാവശ്യം ഗുണിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലം എഴുതുവാൻ ആ സംഖ്യ എഴുതി അതിന്റെ മുകളിൽ വലത്തോട്ടു നീക്കി ഗുണിക്കുന്ന പ്രാവശ്യത്തെ കുറിക്കുന്ന നമ്പർ ഇട്ടാൽ മതി. ഈ നമ്പരിനു് 'ഇൻഡെക്സു്' (Index) എന്നാണു പേരു്. p^5 എന്നു കണ്ടാൽ p യെ അതുകൊണ്ടുതന്നെ 5 പ്രാവശ്യം ഗുണിച്ചഫലം എന്നാണു് അർത്ഥം. 5 എന്നതു് ഇൻഡെക്സു് ആണു്. p^5, 5p ; p^6, 6p, p^{10}, 10p ഇവയുടെ വ്യത്യാസം ശരിക്കു മനസ്സിലാക്കിക്കൊള്ളണം.

ലഘുചോദ്യങ്ങൾ

ചുരുക്കി എഴുതുക :—

(*i*) $x \times x \times x \times x \times x \times x$

(*ii*) $a \times a \times a \times b \times b$

(*iii*) $x \times y \times x \times y \times x \times y$

(*iv*) $a \times b \times c \times a \times b \times c$

(*v*) $x \times x \times x \times y \times y \times z \times z \times z \times z$

ഇനിയും $2x \times 3y$ എന്നതു് എന്തായിരിക്കും എന്നു നോക്കാം. ഗുണനം ഏതു ക്രമത്തിലും നടത്താമെന്നു

പഠിച്ചല്ലോ. അതുകൊണ്ടു് $2x \times 3y$ എന്നതു് $2 \times 3 \times x \times y = 6xy$ ആയിരിക്കും.

അതുപോലെ $4a \times 5b = 4 \times 5 \times a \times b = 20ab$

$$6x \times 3y = 6 \times 3 \times x \times y = 18xy$$

$$3x \times 5x = 3 \times 5 \times x \times x = 15x^2$$

$$3x \times 2x \times 5x = 3 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x = 30x^3$$

താഴെ കാണുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾകൂടി ശ്രദ്ധിക്കുക —

(*i*) $2a \times \frac{1}{4}b = 2 \times \frac{1}{4}ab = \frac{1}{2}ab$

(*ii*) $6a \times 1\frac{1}{4}b = 6 \times 1\frac{1}{4}ab = 7\frac{1}{2}ab$

(*iii*) $7x \times \cdot 3y = 7 \times \cdot 3xy = 2\cdot 1xy$

(*iv*) $3\cdot 1x \times 1\cdot 2y = 3\cdot 1 \times 1\cdot 2xy = 3\cdot 72xy$

Exercise 8

1. ഗുണനഫലം കാണുക :—

Set I	Set II	Set III
$x \times a$	$2x \times a$	$3x \times 2a$
$y \times b$	$3y \times b$	$4x \times 5b$
$a \times l$	$4x \times y$	$2a \times 7b$
$b \times c$	$5l \times m$	$9a \times 4b$
$y \times k$	$6m \times n$	$10b \times 6x$

Set IV	Set V	Set VI
$4a \times \frac{1}{2}b$	$1\frac{1}{2}x \times \frac{2}{3}y$	$3x \times \cdot 2y$
$2a \times \frac{1}{8}b$	$2\frac{1}{2}x \times \frac{2}{5}y$	$4x \times \cdot 8y$
$5a \times \frac{2}{5}b$	$4\frac{2}{3}a \times \frac{3}{4}b$	$5x \times \cdot 3y$
$6x \times \frac{2}{3}y$	$2\frac{1}{4}p \times 1\frac{1}{8}q$	$6x \times \cdot 8y$
$9x \times \frac{3}{4}y$	$4\frac{2}{3}k \times 2\frac{1}{7}l$	$9a \times \cdot 9b$

Set VII	Set VIII	Set IX
$5x \times 1{\cdot}2y$	$1{\cdot}5x \times 2{\cdot}3y$	$5x \times 2x$
$3x \times 2{\cdot}1y$	$2{\cdot}5a \times 4{\cdot}2b$	$4a \times 3a$
$4x \times 3{\cdot}5y$	$3{\cdot}6x \times 1{\cdot}5y$	$5c \times 4c$
$6x \times 2{\cdot}7y$	$4{\cdot}8a \times 3{\cdot}5b$	$8x \times 5x$
$9a \times 2{\cdot}1b$	$2{\cdot}9x \times 1{\cdot}3y$	$9y \times 3y$

Set X	Set XI	Set XII
$3x \times \frac{1}{4}x$	$\frac{3}{4}x \times \frac{2}{3}x$	$2a \times a \times a$
$5x \times \frac{2}{5}x$	$\frac{1}{3}a \times 1\frac{1}{2}a$	$3x \times x \times x$
$6x \times \frac{2}{3}x$	$\frac{2}{5}b \times 1\frac{1}{4}b$	$x \times 4x \times x$
$9x \times \frac{1}{5}x$	$\frac{3}{5}x \times 3\frac{3}{4}x$	$x \times 5x \times x$
$10x \times \frac{4}{5}x$	$1\frac{2}{3}a \times 2\frac{2}{5}a$	$b \times b \times 4b$

Set XIII	Set XIV	Set XV
$2a \times 3a \times a$	$2a \times 3a \times 4a$	$7a \times {\cdot}2a \times a$
$5a \times 6a \times a$	$4x \times 2x \times 3x$	$8a \times {\cdot}5a \times a$
$x \times 3x \times 5x$	$5y \times 2y \times 7y$	$3x \times {\cdot}6x \times x$
$5x \times x \times 4x$	$6m \times 5m \times 3m$	$5x \times {\cdot}2x \times x$
$7x \times x \times 9x$	$8b \times 5b \times 3b$	$6y \times {\cdot}9y \times y$

2. താഴെക്കാണുന്ന സാധനങ്ങളുടെ വില കാണുക.—

(*a*) പേനാ ഒന്നിനു $3\frac{3}{4}x$ രൂപാ വിലവച്ച് $14y$ പേനയുടെ വില.

(*b*) പുസ്തകം ഒന്നിനു $2{\cdot}5a$ രൂപാ വിലവച്ച് $9b$ പുസ്തകത്തിന്റെ വില.

(*c*) മേശ ഒന്നിനു $12{\cdot}3x$ രൂപാവച്ച് $7x$ മേശയുടെ വില.

(*d*) മീററിനു $3{\cdot}7a$ രൂ. വിലവച്ച് $3{\cdot}5b$ മീററർ തുണിയുടെ വില.

3. 4a പേജുള്ള പുസ്തകത്തിൽ ഓരോ പേജിലും 5b വരിയും ഓരോവരിയിലും 6x അക്ഷരവും ഉണ്ടെങ്കിൽ ആ പുസ്തകത്തിൽ ആകെ എത്ര അക്ഷരം ഉണ്ടു് ?

4. ഒരു കൂലിക്കാരനു് ദിവസം 2·5x രൂപ കൂലിയാണു്. 7x കൂലിക്കാർക്കു് ഈ ക്രമത്തിനു് 6·5x ദിവസം കൂലികൊടുക്കുവാൻ എന്തുതുക വേണം ?

5. പാലിനു് ലിററിനു് $3\frac{1}{2}x$ രൂപ വിലയാണു്. ദിവസം 4y ലിററർ പാൽ വച്ചു് $8\frac{1}{2}z$ ദിവസത്തേയ്ക്കു് പാലിനു് എന്തു തുക ചിലവാകും ?

6. $5\frac{1}{3}x$ മീ. നീളം, $3\frac{3}{4}x$ മീ. വീതിയുമുള്ള ദീർഘചതുരമായ $1\frac{3}{4}x$ കഷണം പലകകൾക്കു് ആകെ എന്തു വിസ്തീർണ്ണം കാണും ?

ഹരണം (Division)

x നെ y കൊണ്ടു് ഹരിക്കുവാൻ $x \div y$ എന്നോ $\frac{x}{y}$ എന്നോ, x/y എന്നോ എഴുതിയാൽ മതി എന്നു പഠിച്ചു. x ഹാര്യം, y ഹാരകം x/y ഹരണഫലം. 9 മാമ്പഴം 3 പേർക്കായി വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്കു് 9 മാമ്പഴം ÷ 3 = 3 മാമ്പഴം എന്നോ, $\frac{9 \text{ മാമ്പഴം}}{3}$ = 3 മാമ്പഴം എന്നോ ക്രിയ ചെയ്യാം. അതുപോലെ 12 ഓറഞ്ചു് 3 കുട്ടികൾക്കായി വീതിച്ചാൽ $\frac{12 \text{ ഓറഞ്ചു്}}{3}$ = 4 ഓറഞ്ചു് ഒരു കുട്ടിക്കുകിട്ടും ? മാമ്പഴം, ഓറഞ്ചു് എന്നിവയ്ക്കു് പൊതുവേ 'x' എന്നു സങ്കല്പിച്ചാൽ $\frac{9x}{3} = 3x$ എന്നും $\frac{12x}{3} = 4x$ എന്നും ഉത്തരം കിട്ടും. മറ്റുദാഹരണങ്ങൾകൂടി നോക്കണം.

$$3x \div 2 = \frac{3x}{2} = \frac{3}{2x} \quad (1\tfrac{1}{2}x)$$

$9a \div 5 = \frac{9a}{5} = \frac{9a}{5} \quad (1\frac{4}{5}a)$

$12a \div 6 = \frac{12a}{6} = 2a$ ഇപ്രകാരം കിട്ടും.

$3 \div 3 = 1$, $5/5 = 1$, $8/8 = 1$ അതുപോലെ $x/x = 1$ | $a/a = 1$.

ഒരപ്പോൾ $\frac{3a}{a} = 3 \times \frac{a}{a} = 3$; $\frac{\frac{3}{4}b}{b} = \frac{3}{4}$; $\frac{1\frac{1}{2}x}{x} = 1\frac{1}{2}$

അതുപോലെ $\frac{ab}{b} = \frac{a \times b}{b} = a$; $\frac{ab}{a} = \frac{a}{a} \times b = b$

$\frac{3ab}{a} = 3b \times \frac{a}{a} = 3b$;

$\frac{3ab}{b} = 3a \times \frac{b}{b} = 3a$; $\frac{5xy}{x} = 5y \times \frac{x}{x} = 5y$

$\frac{8a}{2a} = \frac{8}{2} \times \frac{a}{a} = 4$; $\frac{9a}{3a} = \frac{9}{3} \times \frac{a}{a} = 3$

$\frac{24x}{8x} = \frac{24}{8} \times \frac{x}{x} = 3$ ഇങ്ങനെ ശ്രദ്ധിച്ച ക്രിയചെയ്തു ഹരണഫലം കണ്ടുകൊള്ളണം.

Exercise 9

ഹരണഫലം കാണുക :—

Set (1) $4x \div 2$	Set (2) $3x \div 4$
$6x \div 3$	$5x \div 6$
$12x \div 3$	$9a \div 7$
$15x \div 3$	$11a \div 6$
$18x \div 6$	$21b \div 13$

Set (3)	$8a \div 4a$	Set (4)	$25a \div 5a$
	$9b \div 3b$		$36a \div 9a$
	$12x \div 6x$		$49b \div 7b$
	$15x \div 5x$		$64x \div 16x$
	$21x \div 7x$		$85y \div 17y$
Set (5)	$8a \div 4b$	Set (6)	$8a \div 3a$
	$12x \div 3y$		$9x \div 6x$
	$15x \div 5y$		$10x \div 7x$
	$27b \div 9a$		$15x \div 7x$
	$35y \div 7x$		$45b \div 21b$
Set (7)	$3x \div 7x$	Set (8)	$ab \div a$
	$5x \div 8x$		$xy \div y$
	$9x \div 11x$		$cx \div c$
	$15a \div 17a$		$pq \div q$
	$21b \div 25b$		$lm \div m$
Set (9)	$12xy \div x$	Set (10)	$6ab \div 2a$
	$15xy \div y$		$9ab \div 3b$
	$18ab \div a$		$12xy \div 4y$
	$14cd \div d$		$15xy \div 3x$
	$21pq \div q$		$28cd \div 7c$
Set (11)	$8ab \div 7a$	Set (12)	$7{\cdot}5x \div x$
	$5xy \div 3y$		$2{\cdot}3y \div y$
	$9pq \div 7p$		$3{\cdot}4a \div a$
	$13cd \div 10d$		$4{\cdot}6b \div b$
	$27xy \div 13x$		$9{\cdot}7c \div c$

Set (13) $3{\cdot}9x \div 1{\cdot}3x$
$4{\cdot}5y \div 1{\cdot}5y$
$7{\cdot}8a \div 1{\cdot}3a$
$8{\cdot}1b \div 0{\cdot}9b$
$5bc \div 1{\cdot}4c$

Set (14) $12{\cdot}3x \div 3x$
$15{\cdot}5y \div 5y$
$14{\cdot}7b \div 7b$
$21{\cdot}3x \div 3x$
$36{\cdot}6c \div 6c$

Set (15) $8{\cdot}5ab \div 1{\cdot}7b$
$6{\cdot}9ab \div 2{\cdot}3a$
$9{\cdot}5xy \div 1{\cdot}9x$
$6{\cdot}4xy \div 1{\cdot}6x$
$12{\cdot}9cd \div 4{\cdot}3c$

2. ഒരു പുസ്തകത്തിനു് 43x രൂപയാണു്. 387x രൂപക്കു് എത്ര പുസ്തകം കിട്ടും ?

3. കുടയൊന്നിനു് 17y രൂപ വിലവച്ചു് 323xy രൂപക്കു് എത്ര കുട വാങ്ങാം ?

4. എന്റെ കൈവശം 164xy രൂപായുണ്ടു്. അതിൽ നിന്നു് പേനാ ഒന്നിനു് 5x രൂ. വിലവച്ചു് 4y പേനാ വാങ്ങി. ബാക്കി തുകകൊണ്ടു് കുട ഒന്നിനു 12x രൂപ വിലവച്ചു് എത്ര കുട വാങ്ങാം ?

5. ഒരു കച്ചവടക്കാരന്റെ പക്കൽ 101ab കി.ഗ്രാം കാപ്പിപ്പൊടി ഉണ്ടു്. 9a കി.ഗ്രാം വീതം 9b പാക്കററിലാക്കിയശേഷമുള്ള പൊടി 5a കി.ഗ്രാം വീതം കൊള്ളുന്ന എത്ര പാക്കററിലാക്കാം ?

6. 200cd മിഠായിയിൽനിന്നു് കുട്ടി ഒന്നിനു് 5c മിഠായിവീതം 19d കുട്ടികൾക്കു കൊടുക്കുന്നു. ശേഷിക്കുന്ന മിഠായി എത്ര ? അതു് 21c കുട്ടികൾക്കു എത്ര വീതം കൊടുക്കുവാനുണ്ടു് ?

ബ്രാക്കററു് (Bracket)

ഞാൻ 10 രൂപായുംകൊണ്ടു് ഷോപ്പിൽ പോയി 4 രൂപായുടെ പുസ്തകവും 3 രൂപായുടെ ഒരു പേനയും

വാങ്ങുന്നു. ബാക്കി എൻെറ കൈവശം എന്തു തുകയുണ്ടു്? ഇതു് രണ്ടുതരത്തിൽ കാണാം. ആദ്യം 10 ൽ നിന്നു് 4 കുറയ്ക്കുക. $10-4$. പിന്നെ $10-4$ ൽ നിന്നു 3 കുറയ്ക്കുക. $10-4-3=3$ എന്നു കിട്ടും ?

മറെറാരു തരത്തിലും ഇതു കാണാം. 10 രൂപായുടെ നോട്ടു് ഷോപ്പുകാരനു കൊടുത്താൽ അയാൾ എന്തു തുക എടുക്കും? $4+3$ രൂ. $=7$ രൂ. എടുക്കും. 10 രൂപയിൽ നിന്നു് 7 രൂ. കുറച്ചു് 3 രൂ. തരും. ഇതെഴുതുന്നതെങ്ങിനെ എന്നു സൂക്ഷിക്കണം, $10-(4+3)$ എന്നായിരിക്കും. അതായതു് $4+3$ എന്നതു് ഒന്നിച്ചെടുക്കണമെന്നും ആ സങ്കലന ക്രിയ ആദ്യം നിർവ്വഹിച്ച ശേഷമേ 10 ൽ നിന്നു കുറയ്ക്കാവൂ എന്നും കാണിക്കുവാൻ $4+3$ എന്നതു് ബ്രാക്കററിൽ ഇടുന്നു. $10-(4+3)$ എന്നു കണ്ടാൽ 10 ൽ നിന്നു് 4, 3 ഈ സംഖ്യകളുടെ തുക കുറയ്ക്കണമെന്നാണു മനസ്സിലാക്കേണ്ടതു്. അപ്പോൾ

$$10-(4+3) = 10-4-3 \qquad (1)$$

ഇനിയും 10 ൻെറ കൂടെ 4, 3 ഇവകളുടെ തുക കൂട്ടാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടാൽ $10+(4+3)$ എന്നെഴുതാം. 10 ൻെറ കൂടെ 4 കൂട്ടിയ തുകയോടു 3 കൂടി കൂട്ടിയാൽ ഇതു കിട്ടും? ഉത്തരം : (17) ആണു്. അപ്പോൾ

$$10+(4+3) = 10+4+3 \qquad (2)$$

മറെറാരുദാഹരണം നോക്കാം. ഒരു 10 രൂപാ നോട്ടും ഒരു 5 രൂപ നോട്ടുംകൂടി ഷോപ്പിൽ കൊണ്ടുപോകുന്നു. 5 രൂപ നോട്ടുമാറി 2 രൂപയുടെ സാമാനം വാങ്ങുന്നു. ഈ ഇടപാടും രണ്ടുതരത്തിൽ എഴുതാം. $10+5-2=13$
$10+(5-2)=13$.

$$\therefore\ 10+(5-2)=10+5-2 \text{ ആയിരിക്കും.} \qquad (3)$$

ഒരുദാഹരണംകൂടി നോക്കാം. 3 അഞ്ചുരൂപാനോട്ടും കൊണ്ടു് ഷോപ്പിൽ പോയി 7 രൂപായുടെ ഒരു കുട വാങ്ങുന്നു. അതിനു രണ്ടു 5 രൂപാനോട്ടു കൊടുത്തിട്ടു് 3 രൂപ തിരിച്ചു വാങ്ങുന്നു. ഈ വ്യാപാരം രണ്ടുതരത്തിൽ എഴുതാം. 10 രൂപായിൽ 3 രൂപ തിരിച്ചു കിട്ടി

എന്നുള്ളതു് (10—3) എന്നും ഇതു് 15 ൽ നിന്നു് കുറയ്ക്കുന്നമെന്നുള്ളതിനു് 15—(10—3) എന്നും. എന്താണു നടന്നതു്. 15 രൂപയിൽനിന്നു കടക്കാരനു് 10 രൂപ കൊടുത്തു—അതു് 15—10 എന്നെഴുതാം. കടക്കാരൻ 3 രൂപ തിരിച്ചു തന്നു എന്നതിനാൽ 15—10+3 എന്നെഴുതാം. അപ്പോൾ

15—(10—3)=15—10+3 എന്നായിരിക്കും. (4)

ഈ നാലു പ്രസ്താവനകളും പരിശോധിക്കുക.

$$10-(4+3)=10-4-3 \qquad (1)$$
$$10+(4+3)=10+4+3 \qquad (2)$$
$$10+(5-2)=10+5-2 \qquad (3)$$
$$15-(10-3)=15-10+3 \qquad (4)$$

(1) ലും, (4) ലും ബ്രാക്കററിനു മുൻപിൽ — ചിഹ്നവും (2) ലും, (4) ലും + ചിഹ്നവും ആണു്. ബ്രാക്കററു മാററിയപ്പോൾ വന്ന മാററം വലത്തു വശത്തു വന്നതു ശ്രദ്ധിക്കുക. + ചിഹ്നം ആണെങ്കിൽ ബ്രാക്കററിനുള്ളിലുള്ള അക്കങ്ങളുടെ ചിഹ്നങ്ങൾക്കു ഒരു മാററവും വന്നില്ല. — ചിഹ്നമായപ്പോൾ ബ്രാക്കററിനുള്ളിലെ അക്കങ്ങളുടെ ചിഹ്നം മാറി; + എന്നതു് — ആകും: — എന്നതു് + ആകും. ഈ തത്വം പൊതുവിൽ താഴെ കാണുന്ന മാതിരി കുറിക്കാം. സ്ഥിരവിലയുള്ള അക്കങ്ങൾക്കു പകരം അക്ഷരങ്ങൾക്കും ഈ തത്വം ശരിയായിരിക്കും. ആയതിനാൽ അൾജിബ്രയിൽ നമുക്കു താഴെ കാണുന്ന രീതി ശരിയായിരിക്കും.

$$a+(b+c) = a+b+c \qquad (1)$$
$$a+(b-c) = a+b-c \qquad (2)$$
$$a-(b+c) = a-b-c \qquad (3)$$
$$a-(b-c) = a-b+c \qquad (4)$$

കുറിപ്പു്.—ബ്രാക്കററിനുമുമ്പിൽ + ചിഹ്നം ഉണ്ടെങ്കിൽ ബ്രാക്കററു മാററുമ്പോൾ അതിനുള്ളിലെ സംഖ്യകളുടെ ചിഹ്നത്തിനു യാതൊരു വ്യത്യാസവും വരുത്തേണ്ടതില്ല. എന്നാൽ ബ്രാക്കററിനു വെളിയിൽ —ചിഹ്നമാണെങ്കിൽ ബ്രാക്കററിനുള്ളിലെ —ചിഹ്നം + ആയും, + ചിഹ്നം — ആയും മാററണം.

Exercise 10

1. ബ്രാക്കററുപയോഗിച്ചെഴുതുക :—

   (*a*) a, b ഇവയുടെ തുക x നോടു കൂട്ടുക.

   (*b*) a, b ഇവയുടെ തുകയിൽനിന്നു് x കുറയ്ക്കുക.

   (*c*) x ൽ നിന്നു് a, b ഇവയുടെ തുക കുറയ്ക്കുക.

   (*d*) a യിൽ നിന്നു് b കുറച്ചു കിട്ടുന്ന വ്യത്യാസം x ൽ നിന്നു കുറയ്ക്കുക.

   (*e*) a യിൽനിന്നു് b കുറയ്ക്കുന്ന വ്യത്യാസം x നോടു കൂട്ടുക.

   (*f*) a, b ഇവയുടെ തുകയിൽനിന്നു് x, y ഇവയുടെ തുക കുറയ്ക്കുക.

2. താഴെ നിർദ്ദേശിച്ചിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ ബ്രാക്കററിടുക :—

(a)	$x+y+z$	(y, z ഇവ ബ്രാക്കററിൽ)
(b)	$x+y-z$	(y, z ,,)
(c)	$x-y-z$	(y, z ,,)
(d)	$x-y+z$	(y, z ,,)
(e)	$3a-2b-4c$	(3a, 2b ,,)
(f)	$3a-2b-3c$	(2b, 3c ,,)

3. ബ്രാക്കററു മാററുക :—

(a) $3+(8+7)$	(e) $15-(10+7)$
(b) $5+(6-3)$	(f) $20-(15+3)$
(c) $(8-5)+4$	(g) $35-(25-8)$
(d) $(10-3)-7$	(h) $42-(40-2)$

4. ബ്രാക്കററു മാററി ലഘൂകരിക്കുക :—

Set I	Set II	Set III
$x+(x+5)$	$3x-(2x+4)$	$12a-(8a-4)$
$2x+(3x-8)$	$4x-(x+8)$	$15b-(9b-7)$
$4x+(5x-9)$	$8x-(5x+14)$	$20b-(12b-8)$
$12x+(3x-10)$	$9x-(6x+9)$	$31b-(20b-10)$
		$43y-(24y-12)$

Set IV	Set V
9a—(4a+a)	12x—(8x—4x)
8a—(3a+2a)	15x—(9x—7x)
12x—(6x+4x)	24x—(12x—9x)
20y—(3y+12y)	35x—(20x—5x)
	40x—(50x—30x)

Set VI	Set VII
5x—(3x+y)	7x—(5x—2y)
9a—(5a+b)	9a—(6a—3b)
12b—(3b+c)	12y—(8y—4z)
20b—(8b+d)	24l—(13l—14m)
35y—(25y+3x)	52m—(38m—20n)

ബ്രാക്കററു മററൊരു രീതിയിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നതു ശ്രദ്ധിക്കണം. ചിത്രത്തിലെ ABCD എന്ന ദീർഘചതുരത്തിനു AB=a ; AD=4.

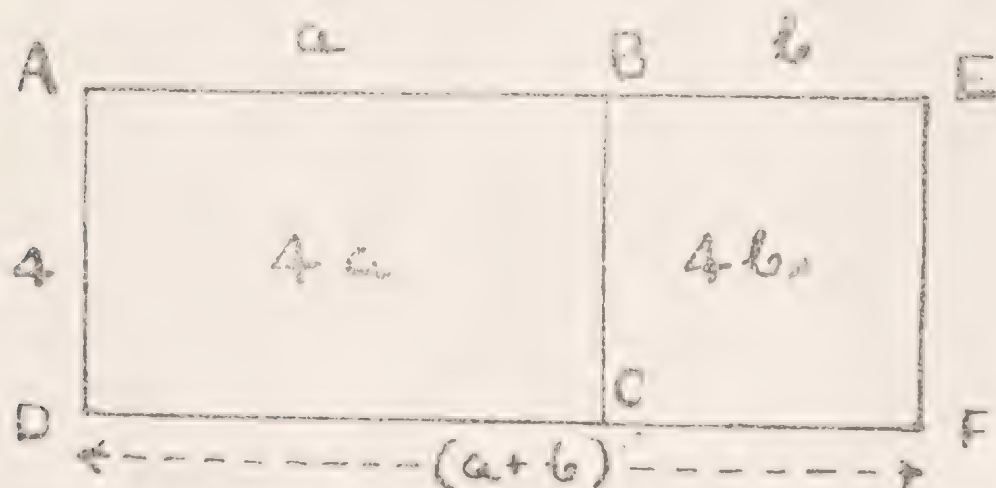


FIG 1 A

∴ വിസ്തീർണ്ണം=4a.

AB, E യിലേക്കും, DC, F ലേക്കും 'b' നീളത്തിൽ 'ട്ടുക, EF യോജിപ്പിക്കുക. ദീർഘചതുരം BCFE

യുടെ വിസ്തീൎണ്ണം 4b ആയിരിക്കും. അതുകൊണ്ടു രണ്ടും കൂടി കൂട്ടിയാൽ ആകെ വിസ്തീൎണ്ണം 4a+4b ആയിരിക്കും. അതായതു് ദീൎഘചതുരം AEFD യുടെ വിസ്തീൎണ്ണം 4a+4b. ഇതു മറെറാരുതരത്തിൽ കാണാം.

ദീ. ച. AEFD യുടെ വിസ്തീൎണ്ണം

$$=AE\times AD \qquad AE=(a+b)$$
$$AD=4$$
$$=4(a+b)$$

(a+b) എന്നതു് ഒന്നിച്ചെടുക്കണമെന്നുള്ളതിനു ബ്രാക്കററിൽ ഇടണം. അപ്പോഠ 4 (a+b)=4a+4b എന്നു വരുന്നു. അതായതു് ബ്രാക്കററിനുള്ളിലുള്ള ഓരോന്നിനേയും ബ്രാക്കററിനു വെളിയിലുള്ള 4 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുന്നു.

ഇതു് പൊതുവിൽ a (b+c)=ab+ac എന്നു പറയാം. ബ്രാക്കററിനുള്ളിലുള്ള ഓരോന്നിനേയും a കൊണ്ടു ഗുണിക്കുന്നു. അതല്ലാതെ ab+c എന്നല്ല എന്നു പ്രത്യേകം ഓൎമ്മിച്ചുകൊള്ളണം. മറെറാരു ദാഹരണം എടുക്കാം. Std. VII A ഡിവിഷനിൽ ഉള്ള ഓരോ കുട്ടിയിൽനിന്നും 7 രൂപാ വീതം പുസ്തകങ്ങഠക്കായി വാങ്ങിക്കുന്നു. A യിൽ 40 കുട്ടികളുണ്ടു്. പുസ്തകങ്ങഠ കൊടുത്തതിൻെറ ബാക്കി ഒരു കുട്ടിക്കു 2 രൂപാ വീതം തിരിച്ചുകൊടുക്കുന്നു. പുസ്തകത്തിനു ചിലവായ തുക രണ്ടു രീതിയിൽ കാണാം. ആകെ 40×7 രൂപാ വാങ്ങിയിട്ടു് 40×2 രൂപാ തിരിച്ചു കൊടുത്തു.

∴ പുസ്തകത്തിനു ചിലവായതു് 40×7—40×2 രൂപ. മറെറാരു രീതിയിൽ, ഒരു കുട്ടിക്കു പുസ്തകത്തിനു ചിലവായതു് (7—2) രൂ. അതിനാൽ 40 കുട്ടികഠക്കു ചിലവായതു് 40 (7—2) രൂ.

∴ 40 (7—2)=40×7—40×2 എന്നു കിട്ടുന്നു. 40 കൊണ്ടു 7 നെയും, 2 നെയും ഗുണിക്കുന്നു. പൊതുവെ പറഞ്ഞാൽ a (b—c)=ab—ac എന്നായിരിക്കും.

ബ്രാക്കററിനുള്ളിലുള്ള ' b ' യെയും ' c ' യെയും ബ്രാക്കററിനു വെളിയിലുള്ള ' a ' കൊണ്ടു ഗുണിക്കുന്നതു ശ്രദ്ധിക്കണം.

താഴെക്കാണുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കുക :—

ഉദാ :—(1) $4(2a-3b)$
$=4\times 2a-4\times 3b=8a-12b$

(2) $2x\ (3a-5b)$
$=2x\times 3a-2x\times 5b=6xa-10xb$

(3) $2a\ (3a+4b)$
$=2a\times 3a+2a\times 4b=6a^2+8ab$

(4) $3a+2\ (a+b)$
$=3a+2a+2b=5a+2b$

(5) $5x+3\ (x-2y)$
$=5x+3x-6y=8x-6y$

Exercise 11

1. ബ്രാക്കററുപയോഗിച്ചെഴുതുക :—

(*a*) 8, 10 ഇവയുടെ തുകയെ 12 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക.
(*b*) a, b ,, ,, 8 ,, ,,
(*c*) 2a, 3b ,, ,, x ,, ,,
(*d*) 3x, 4y ,, ,, 4a ,, ,,
(*e*) x ൽനിന്നു y കുറച്ച
വ്യത്യാസത്തെ 5 ,, ,,
(*f*) 3x ൽനിന്നു 2y കുറച്ച
വ്യത്യാസത്തെ 4a ,, ,,

2. ബ്രാക്കററുപയോഗിച്ചു് എഴുതുക :—

(*a*) a, b ഇവയുടെ തുകയെ c, d ഇവയുടെ തുക കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക.

(*b*) x, y ഇവയുടെ തുകയെ c യിൽനിന്നു d കുറച്ച വ്യത്യാസം കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക.

(c) 2x ൽനിന്നു 3y കുറച്ച ഫലത്തിനെ 5x, 4y ഇവയുടെ തുകകൊണ്ടു ഗുണിക്കുക.

3. ലഘൂകരിക്കുക :—

Set I	Set II	Set III
3 (a+b)	2 (x—y)	5 (2x+3y)
4 (x+y)	3 (4x—y)	6 (4x+5y)
8 (x+2y)	4 (2x—y)	8 (3x+10y)
5 (2x+3y)	9 (3a—b)	12 (2x+7y)

Set IV	Set V	Set VI
a (b+2)	2x (a+5)	a (b+c)
x (y+3)	3y (b+6)	x (y+z)
x (a+5)	6a (c+4)	p (q—r)
b (c+9)	9b (a+3)	l (m—n)

Set VII	Set VIII	Set IX
2a (3b+2c)	3x (4a—3b)	a (a+b)
4a (5b+c)	4y (9b—2c)	x (x+y)
6x (2y+3z)	8z (4l—2m)	l (l+m)
5l (2m+5n)	9m (5p—2q)	m (m+n)

Set X	Set XI
2a (a—b)	5a (3a—2b)
4x (x—y)	4b (3b—5c)
3l (l—m)	8x (5x—2z)
5m (m—n)	9l (3l—2m)

4. ലഘൂകരിക്കുക :—

Set I	Set II	Set III
$25+3(5+1)$	$46-3(6+3)$	$65-3(8-3)$
$32+4(2+3)$	$57-4(5+2)$	$57-8(6-3)$
$45-3(4+9)$	$83-5(7+4)$	$83-6(5-2)$

Set IV	Set V
$x+2(x+3)$	$2x+3(x+4)$
$a+3(a+4)$	$4a-4(a+9)$
$y+4(y-9)$	$3y+5(y-8)$
$b+8(b+4)$	$4b+9(b-2)$

Set VI	Set VII
$2a+3(a+b)$	$6x+3(x-2y)$
$3x+5(x+y)$	$5x+8(x-5y)$
$5l+6(l+m)$	$9x+4(x-6y)$
$8p+9(p+q)$	$12x+3(x-4y)$

Set VIII	Set IX
$8a-3(a+b)$	$9x-3(2x-3b)$
$8x-5(x+2y)$	$22x-5(4x-2y)$
$9y-3(y+4z)$	$43a-8(3a-4b)$
$8p-5(p+3q)$	$52p-9(4p-5q)$

5. ലഘൂകരിക്കുക :—

Set I	Set II
$3(x+5)+2(x+3)$	$5(a+3b)+2(3a+2b)$
$4(a+4)+6(a+9)$	$8(2x+3y)+3(4x+5y)$
$9(b+3)+10(b+4)$	$4(4l+7m)+6(5l+3m)$
$12(l+5)+8(l+6)$	$6(3b+2c)+8(5b+6c)$

Set III

$6(5a+3b)-2(a-2b)$

$8(4a+7b)-3(4a-5b)$

$9(8x+4y)-6(5x+4y)$

$10(7l+3m)-9(7l+3m)$

Set IV

$a(2a+1)+3a(2a+3)$

$4x(x+5)+2x(3x+4)$

$2b(5b+6)+3b(2b+9)$

$8l(3l+7)+4l(5l+6)$

6. കിലോഗ്രാമിനു് $(4x+5)$ രൂപാ വിലയുള്ള $8a$ കിലോഗ്രാം തേയിലയുടെ വിലയെന്തു് ?

7. $5a$ മീററർ നീളം, $3b$ മീററർ വീതിയുള്ള ദീർഘ ചതുരാകൃതിയായ ഒരു വയലിനു ചുററും $4x$ വരി കമ്പി ഇടുവാൻ എത്ര മീ. കമ്പിവേണം ?

8. മണിക്കൂറിൽ $(25y+13x)$ കി. മീ. ദൂരം പോകുന്ന വണ്ടി $10a$ മണിക്കൂറിൽ എത്ര കി. മീ. ദൂരം പോകും ?

9. ഒരു കുടയ്ക്കു $5a$ രൂപാ വീതം $(6a+3b)$ കുടയും, ഒരു വാച്ചിനു് $12a$ രൂപാ വീതം $(8a+5b)$ വാച്ചും വാങ്ങിയാൽ ആകെ എത്ര കൊടുക്കണം ?

10. ഒരു വണ്ടി വിറകിനു് $(5x+4)$ രൂപ വച്ചു് 8 വണ്ടി വിറകുവാങ്ങി പകരം വണ്ടികൾ $(3x+5)$ രൂപാ വിലയുള്ള 6 വണ്ടി കപ്പ കൊടുക്കുന്നു ബാക്കി കൊടുക്കേണ്ട തുക എന്തു് ?

അദ്ധ്യായം 4

പെർസെൻറേജ് (Percentage) കുറച്ചുകൂടി

പെർസെൻറ് എന്താണെന്നും ഏതു പെർസെൻറിയായും ഡസിമലായും, ഭിന്നസംഖ്യയായും എഴുതുന്നതെങ്ങിനെയെന്നും നാം പഠിച്ചു. 25% എന്നതു് 0·25 എന്ന ഡസിമലായും, $\frac{1}{4}$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യയായും എഴുതാം.

അതുപോലെ (a) 40 ൻെറ 10% എത്ര? (b) 10, 40 ൻെറ എത്ര %? (c) ഏതു സംഖ്യയുടെ 10% ആണ് 40? ഈ മൂന്നുമാതിരി കണക്കുകളും പഠിച്ചു.

(*a*) 40 ൻെറ 10% $40 \times \frac{10}{100} = 4$

(*b*) 10, 40 ൻെറ എത്ര % : $\frac{10 \times 100}{40} = 25\%$

(*c*) ഏതു സംഖ്യയുടെ 10 % ആണ് 40

സംഖ്യ $40 \div \frac{10}{100} = 400$ ആയിരിക്കും

ഈ മൂന്നുതരത്തിലും അനവധി ചോദ്യവും നാം ചെയ്തുകഴിഞ്ഞു. ഇനിയും മറെറാരുജാതി കണക്കു നോക്കാം.

മുൻപു് 20 ന. പ. വിലയുണ്ടായിരുന്ന ഒരു ഓറഞ്ചിനു് ഇപ്പോരം 25% വില കൂടിയാൽ എന്തു വില കൊടുക്കണം?

ഈ കണക്കു ചെയ്യുവാൻ 20 ൻെറ 25% കണ്ടു് 20 നോടു കൂട്ടുന്ന മാർഗ്ഗമാണു നാം പഠിച്ചിരിക്കുന്നതു്. $20 \times \frac{25}{100} = 5$ ന.പ., അതിനാൽ ഇപ്പോഴത്തെ വില 20 + 5 ന. പ. = 25 ന. പ. അതിനു് 20 ൻെറ 25% കാണുക. അതിനുശേഷം അതു് 20 നോടു കൂട്ടുക, എന്നീ ക്രിയകരം നിർവ്വഹിക്കേണ്ടിയിരിക്കുന്നു. അതു കൂടാതെ നമുക്കിതു ചെയ്യുവാൻ കഴിയും.

1 ൻെറ കൂടെ അതിൻെറ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം കൂട്ടിയാൽ $1\frac{1}{4}$ ആകും. $\frac{1}{2}$ ഭാഗം കൂട്ടിയാൽ $1\frac{1}{2}$ ആകും. 1 ൻെറ കൂടെ $\frac{7}{100}$ കൂട്ടിയാലൊ ? $1\frac{7}{100}$ ആകും. അതു $\frac{107}{100}$ ആണെന്നറിയാം ? അതായതു് 1 ൻെറ കൂടെ അതിൻെറ $\frac{7}{100}$ അഥവാ 7% കൂട്ടിയാൽ $\frac{107}{100}$ അഥവാ 107% ആകും. ഏതു സംഖ്യയുടെ കാര്യത്തിലും ഈ തത്വം ശരിയായിരിക്കും.. ഏതു സംഖ്യയുടെ കൂടെയും അതിൻെറ 7% കൂട്ടിയാൽ ആ സംഖ്യയുടെ 107% കിട്ടും : 'a' യുടെ കൂടെ അതിൻെറ 7% കൂട്ടിയാൽ 'a' യുടെ 107% കിട്ടും : $a \times \frac{107}{100}$ ആകും. അങ്ങിനെ 20 ൻെറ കൂടെ അതിൻെറ 25% കൂട്ടിയാൽ $20 \times \frac{125}{100} = 25$ എന്നു കിട്ടും. അപ്പോൾ പൊതുവിൽ ഒരു സംഖ്യയുടെ കൂടെ അതിൻെറ x% കൂട്ടിയാൽ അതിൻെറ (100+x) % കിട്ടും. ആകട്ടെ 7% കുറച്ചാലോ (100—7)% 93% ആകും. 5% കുറച്ചാൽ (100—5)%=95% ആകും. അപ്പോൾ x% കുറച്ചാൽ (100—x)% ആകും.

അപ്പോൾ ഒരു സംഖ്യയുടെ കൂടെ അതിൻെറ x% കൂട്ടിയാൽ (100+x) %-ഉം x% കുറച്ചാൽ (100—x) %-ഉം ആകുന്നു.

ഉദാ: (1) കോട്ടയത്തു നിന്നും തിരുവനന്തപുരത്തേക്കുള്ള ബസ്സ് ചാർജ്ജ് 3.80 രൂ. ആയിരുന്നതു് 50% വർദ്ധിപ്പിച്ചാൽ പുതുക്കിയ ചാർജ്ജ് എത്ര ?

പുതുക്കിയ ചാർജ്ജ് $= \frac{380 \times 150}{100}$ ന.പ. $=570$ ന.പ.

$=$ 5 രു. 70 ന.പ.

ഉദാ : (2) മേച്ചിൽ ഓടിന് ആയിരത്തിന് 212 രു. ആയിരുന്നത് 15% കുറഞ്ഞാൽ, ആയിരത്തിന് ഇപ്പോൾ എന്തു വിലയാകും ?

15% കുറഞ്ഞതിനാൽ മുൻവിലയുടെ 85% ആയി.

∴ ഇപ്പോഴത്തെ വില $= 212 \times \frac{85}{100}$ രു.

$=$ 180 രു. 20 ന.പ.

Exercise 12

1. 85 ന്റെ കൂടെ അതിന്റെ 8% കൂട്ടിയാൽ എന്താകും?

95	,,	,,	12%	,,	,,
120	,,	,,	25%	,,	,,
360	,,	,,	45%	,,	,,
1210	,,	,,	80%	,,	,,

2. $67\frac{3}{4}$,, ,, 60% കൂട്ടിയാൽ എന്തു കിട്ടും ?

$123\frac{1}{2}$	,,	,,	70%	,,	,,
$347\frac{1}{8}$	,,	,,	35%	,,	,,
$447\frac{2}{5}$	,,	,,	40%	,,	,,
$1836\frac{3}{4}$	,,	,,	25%	,,	,,

3. 3.75 ന്റെ കൂടെ അതിന്റെ 20% ,, ,,

12.25	,,	,,	30%	,,	,,
25.25	,,	,,	12%	,,	,,

48·65 ൻെറ കൂടെ അതിൻെറ 80% കൂട്ടിയാൽ എന്താകും ?

180·3	,,	,,	70%	,,
1250·85	,,	,,	60%	,,

4. 80 ൽ നിന്നു് അതിൻെറ 35% കുറച്ചാൽ എന്തു കിട്ടും ?

65 ൽ	,,	,,	40%	,,	,,
90 ൽ	,,	,,	60%	,,	,,
120 ൽ	,,	,,	45%	,,	,,
155 ൽ	,,	,,	70%	,,	,,
1350 ൽ	,,	,,	85%	,,	,,
5. $45\frac{1}{2}$	,,	,,	20%	,,	,,
$39\frac{1}{2}$	,,	,,	30%	,,	,,
$83\frac{3}{4}$	,,	,,	40%	,,	,,
$265\frac{5}{6}$	,,	,,	65%	,,	,,
$1356\frac{2}{5}$	,,	,,	85%	,,	,,
6. 5·5	,,	,,	5%	,,	,,
75·75	,,	,,	20%	,,	,,
83·22	,,	,,	$33\frac{1}{8}$%	,,	,,
127·20	,,	,,	84%	,,	,,
235·65	,,	,,	75%	,,	,,

7. ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ 350 രൂ. വിലയ്ക്കുവാങ്ങിയ സാധനം 15% കൂട്ടി വിററാൽ വിററവില എന്തു് ?

8. ന്യായവില ഷാപ്പിൽ 1 കി. ഗ്രാമിന് 1 രൂ. 20 ന.പ. വിലയുള്ള പഞ്ചസാര 30% വിലകൂടിയാണ് മററുകടകളിൽ കിട്ടുന്നതു്. 5 കി. ഗ്രാം പഞ്ചസാര മററു കടകളിൽ നിന്നു വാങ്ങുവാൻ എന്തു കൊടുക്കണം ?

9. 640 രൂപ വിലയുള്ള റേഡിയോ പഴയ വിലയ്ക്കു് 35% വില കുറച്ചു തന്നാൽ എന്തു വില കൊടുക്കണം ?

10. 2320 രൂപ വിലയുള്ള ഒരു യന്ത്രത്തിന് ഒരു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ $12\frac{1}{2}\%$ തേയ്മാനവില യായി കുറയ്ക്കുന്നെങ്കിൽ എന്തു വില കണക്കാക്കാം ?

നിർദ്ദിഷ്ട% വർദ്ധിപ്പിച്ച സംഖ്യയോ കുറച്ച സംഖ്യയോ തന്നാൽ ആദ്യസംഖ്യ കാണേണ്ടതെങ്ങിനെ ?

ഇതേവരെ പഠിച്ചതു് ഒരു സംഖ്യ ഒരു നിർദ്ദിഷ്ട% വർദ്ധിക്കുകയോ കുറയുകയോ ചെയ്താൽ അതു് എത്ര ആകും എന്നായിരുന്നു. 150 രൂപാ 30% വർദ്ധിച്ചാൽ $150 \times \frac{130}{100}$ രൂ. ആകും. 25% കുറഞ്ഞാൽ $150 \times \frac{75}{100}$ രൂ. ആകും

അടുത്തതായി ഏതു സംഖ്യ 10% വർദ്ധിച്ചാൽ 55 ആകും ? ഏതു സംഖ്യ 20% കുറഞ്ഞാൽ 64 ആകും. എന്ന മാതൃകയിലുള്ള പ്രശ്നങ്ങൾ പരിശോധിക്കാം.

10% വർദ്ധിപ്പിച്ചാൽ സംഖ്യയുടെ 110% ആകും.

$\therefore$ സംഖ്യയുടെ 110% = 55

സംഖ്യ $\times \frac{110}{100} = 55$

സംഖ്യ $= 55 \div \frac{110}{100} = 55 \times \frac{100}{110} = 50$

അതുപോലെ 20% കുറഞ്ഞാൽ 64 ആകുമെങ്കിൽ

സംഖ്യ $\times \frac{80}{100} = 64$

$\therefore$ സംഖ്യ $= 64 \div \frac{80}{100}$

$= \frac{64 \times 100}{80} = 80$

ആദ്യത്തേതിൽ കാണേണ്ടതു് 55 നേക്കാറം ചെറു താണു്. രണ്ടാമത്തേതിൽ കാണേണ്ടതു് 64 നേക്കാൾ വലുതും അതിനാൽ ആദ്യത്തേതിൽ 55 നെ ഗുണി ക്കേണ്ട ഭിന്നം ഒന്നിൽ ചെറുതായിരിയ്ക്കും. അതായതു് അംശം ചെറുതും ഛേദം വലുതും. രണ്ടാമത്തേതിൽ ഗുണിയ്ക്കേണ്ട ഭിന്നം ഒന്നിനെക്കാറം വലുതായിരിയ്ക്കും, അംശം വലുതും, ഛേദം ചെറുതും. രണ്ടിടത്തും അംശം 100 തന്നെ ആയിരിയ്ക്കും എന്നുള്ളതു ശ്രദ്ധിയ്ക്കുക.

ഉദാ: (1) ഏതു സംഖ്യ 35% കൂട്ടിയാൽ 675 ആകും ?

കൂട്ടിയതു് 35%

$$\therefore \text{സംഖ്യ} = 675 \times \frac{100}{135} = \underline{\underline{500}}$$

ഉദാ: (2) ഏതു സംഖ്യ 24% കുറച്ചാൽ 456 ആകും ?

$$\text{സംഖ്യ} = 456 \times \frac{100}{76} = \underline{\underline{600}}$$

ഉദാ: (3) ഒരു സംഖ്യയുടെ 20% കുറച്ചതിനുശേഷം ബാക്കിയുടെ 40% വീണ്ടും കുറച്ചപ്പോറം 576 കിട്ടി യാൽ സംഖ്യ ഏതു് ?

20% കുറച്ചപ്പോൾ സംഖ്യ $\times \frac{80}{100}$ ആകും ?

അതിൻെറ 40% കുറയുമ്പോറം, സംഖ്യ $\times \frac{80}{100} \times \frac{60}{100}$

$= 576$

$$\therefore \text{സംഖ്യ} = 576 \times \frac{100}{80} \times \frac{100}{60} = \underline{\underline{1200}}$$

ഉദാ: (4) ഏതു സംഖ്യയോട് അതിന്റെ 30 % കൂട്ടിയതിനോടു 20 % കൂട്ടിയാൽ 780 കിട്ടും.

$$\text{സംഖ്യ} \times \frac{130}{100} \times \frac{120}{100} = 780$$

$$\therefore \text{ സംഖ്യ} = 780 \times \frac{100}{130} \times \frac{100}{120} = \underline{\underline{500}}$$

കുറിപ്പ് :—30 % വദ്ധിച്ചതാണ് സംഖ്യ $\times \frac{130}{100}$ അതിന്റെ 20 % വദ്ധിച്ചതാണ് സംഖ്യ $\times \frac{130}{100} \times \frac{120}{100}$

Exercise 13

1. പൂരിപ്പിക്കുക :—

	സംഖ്യ	% കൂടുതൽ കുറവ്	കൂടിയതോ കുറഞ്ഞതോ ആയ സംഖ്യ
(*a*)	—	+ 40 %	175
(*b*)	—	+ 70 %	612
(*c*)	—	— 35 %	520
(*d*)	—	— 64 %	540

2. (*i*) ഏതുസംഖ്യ 30 % കൂട്ടിയാൽ 195 ആകും ?

(*ii*)	,,	20 %	,,	300	,,
(*iii*)	,,	10 %	,,	816	,,
(*iv*)	,,	$12\frac{1}{2}$ %	,,	1020	,,
(*v*)	,,	40 %	,,	2100	,,

3. (*i*) ഏതുസംഖ്യ 20 % കുറച്ചാൽ 240 ആകും?

(*ii*)	,,	30 %	,,	420	,,
(*iii*)	,,	27 %	,,	584	,,
(*iv*)	,,	45 %	,,	1210	,,
(*v*)	,,	$16\frac{2}{3}$ %	,,	1250	,,

4. ഒരു റേഡിയോയ്ക്കു് അതിൻെറ വിലയും 10 % വില്പനനികുതിയും ഉൾപ്പെടെ 825 രൂപ ആകുന്നെങ്കിൽ നികുതി ഒഴിച്ചുള്ള വില എന്തു് ?

5. നെല്ലു് വിത്തായി ഉണങ്ങിയാൽ 5 % കുറയും. 1919 കി. ഗ്രാം വിത്തു വേണമെങ്കിൽ എത്ര കി. ഗ്രാം നെല്ലുണക്കണം ?

6. 10 % ടിക്കററു ചാർജ്ജു വർദ്ധിച്ചപ്പോൾ ഒരു യാത്രയ്ക്കു് 6 രൂ. 60 ന.പ. ചാർജ്ജു കൊടുക്കണമെങ്കിൽ വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിനുമുമ്പുള്ള ചാർജ്ജു് എന്തായിരുന്നു ?

7. തുണിയ്ക്കു് 40 % വില വർദ്ധിപ്പിച്ചപ്പോൾ ഒരു പീസു് തുണിയ്ക്കു് 35 രൂ. വിലയായാൽ വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിനുമുമ്പുള്ള വില എന്തായിരുന്നു ?

8. തുണി അലക്കുമ്പോൾ 5 % നീളം കുറയുന്നു. അലക്കിയ 228 മീററർ തുണി കിട്ടുവാൻ എത്ര മീററർ തുണി അലക്കണം ?

9. ഒരു ടൗണിലെ ജനസംഖ്യ 12 % വർദ്ധിച്ചപ്പോൾ 128800 ആകുന്നെങ്കിൽ വർദ്ധനയ്ക്കുമുമ്പുള്ള ജനസംഖ്യ എന്തായിരുന്നു ?

10. ഒരാളുടെ ആദായം $22\frac{1}{2}$ % കുറഞ്ഞപ്പോൾ 3720 രൂ. ആകുന്നെങ്കിൽ കുറയുന്നതിനു മുമ്പുള്ള ആദായം എന്തായിരുന്നു ?

11. ഒരു സംഖ്യ 25 % വർദ്ധിച്ചപ്പോൾ 75 ആയി. അതു 20 % കുറഞ്ഞാൽ എത്രയാകും ?

12. ഒരു സംഖ്യ 30 % വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ 104 ആകും. അതു് 25 % കുറഞ്ഞാൽ എന്താകും ?

13. ഒരു സൈന്യത്തിലുണ്ടായിരുന്ന ഭടന്മാരിൽ 25 % യുദ്ധത്തിലും ശേഷിച്ചവരിൽ 30 % രോഗംകൊണ്ടും മരിച്ചു. ബാക്കി 4200 പേർ ഉണ്ടായിരുന്നെങ്കിൽ ആദ്യം ഉണ്ടായിരുന്നവർ എത്ര ?

14. എൻെറ ആദായത്തിൻെറ 5 % ഇൻഷ്വറൻസിന്നും ബാക്കിയുടെ 6 % ആദായനികുതിക്കും കൊടുത്ത ശേഷം പ്രതിവർഷം 7144 രൂപ മിച്ചമുണ്ടായിരുന്നാൽ ആദായം എത്ര ?

15. ഒരു വിദ്യാലയത്തിൽ ഒരു വർഷം 30 % ഉം അടുത്തവർഷം അതിൻെറ 40 % ഉം വർദ്ധിച്ചപ്പോൾ 1092 കുട്ടികളാകുമെങ്കിൽ 30 % വർദ്ധിക്കുന്നതിനു മുമ്പ് ആ വിദ്യാലയത്തിൽ എത്ര കുട്ടികൾ ഉണ്ടായിരുന്നു ?

പെർസെൻേറജിൽ മിശ്ര ജാതിയിൽപ്പെട്ട കുറെ ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി ചുവടെ ചേർക്കുന്നു. —

16. ഒരു ഫിയററ് കാറിന് 9180 രൂ. വിലയാണ്. അതിൽ 20 % റൊക്കവും ബാക്കി 24 തുല്യമാസ ഗഡുക്കളായും കൊടുക്കണം എങ്കിൽ ഒരു മാസം എന്തുകൊടുക്കണം ?

17. 225 രൂപ വിലയുള്ള റേഡിയോ 195 രൂപയ്ക്കു് വിററാൽ എത്ര % കുറച്ചാണുവിററതു് ?

18. ഒരു പുരയിടം വില്ക്കുവാൻ ജോൺസൺ 5 % കമ്മീഷൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു. കമ്മീഷൻ ഇനത്തിൽ അയാൾക്കു 392 രൂ. 50 ന.പ. കിട്ടിയ ഒരു പുരയിട കച്ചവടത്തിൽ പുരയിടത്തിൻെറ വിററവില എന്തു് ?

19. സുകുവിൻെറ തൂക്കം 67·5 കി.ഗ്രാം ആണു്. ഇതു് കഴിഞ്ഞ വർഷത്തേക്കാൾ, 8 % കൂടുതലാണെങ്കിൽ കഴിഞ്ഞ വർഷം സുകുവിനു് എന്തു തൂക്കമുണ്ടായിരുന്നു ?

20. ജോൺ ഒരു കസേര 28 രൂ. 60 ന.പ. യ്ക്കു വില്ക്കുന്നു. ഇതു് അയാളുടെ വാങ്ങിയ വിലയുടെ 120 % ആയാൽ വാങ്ങിയ വില എന്തു് ?

അദ്ധ്യായം 5

ലാഭശതമാനവും നഷ്ടശതമാനവും

(Percentage of Profit and Loss)

വ്യാപാരികൾ ഒരു വിലയ്ക്കു സാധനങ്ങൾ വാങ്ങി മറെറാരു വിലയ്ക്കു വില്ക്കുന്ന രീതി താഴത്തെ ക്ലാസ്സിൽ പഠിച്ചു. 20 രൂപയ്ക്കു ഒരു സാധനംവാങ്ങി 25 രൂപയ്ക്കു വിറ്റാൽ 20 രൂപ വാങ്ങിയ വില, 25 രൂപ വിറ്റവില. 25 രൂ.—20 രൂ.=5 രൂ. ലാഭം. അപ്പോൾ വിററവില വാങ്ങിയ വിലയേക്കാൾ കൂടിയിരുന്നാൽ ലാഭം കിട്ടും. സാധാരണ വ്യാപാരികൾ ലാഭത്തിനു വേണ്ടിയാണ് വ്യാപാരം നടത്തുന്നതെങ്കിലും ചിലപ്പോൾ വാങ്ങിയ വിലയിൽനിന്ന് കുറച്ചു വില്ക്കേണ്ടിവരുന്ന സന്ദർഭങ്ങളും ഉണ്ടാകാം. അപ്പോൾ വിറ്റവില വാങ്ങിയ വിലയേക്കാൾ കുറയുകയും വ്യാപാരിക്കു നഷ്ടം ഉണ്ടാകുകയും ചെയ്യും. ഈ കാര്യങ്ങൾ നാം പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു.

രണ്ടു വ്യാപാരത്തിൽ കിട്ടിയ ലാഭം മാത്രം അറിഞ്ഞാൽ ഏതു വ്യാപാരമാണു കൂടുതൽ ലാഭകരമെന്നു നിശ്ചയിക്കുവാൻ കഴിയുമോ? ജോൺ 800 രൂപ മുടക്കി കുരുമുളകു വ്യാപാരം നടത്തിയതിൽ 96 രൂപ ലാഭം കിട്ടി. ഉമ്മൻ 1200 രൂപ മുടക്കി കൊപ്രാ വ്യാപാരം നടത്തിയതിൽ 104 രൂപ ലാഭം കിട്ടി. ഏതു വ്യാപാരമാണു കൂടുതൽ ലാഭകരമെന്നെങ്ങിനെ നിശ്ചയിക്കാം? ജോൺ 800 രൂപ മുടക്കി 96 രൂപ ലാഭമുണ്ടാക്കിയപ്പോൾ ഉമ്മൻ 1200 രൂപ മുടക്കിയാണ് 104 രൂപ ലാഭമുണ്ടാക്കിയതു്. ഇതു താരതമ്യപ്പെടുത്തുവാൻ രണ്ടു പേരും തുല്യ തുകകൾ മുടക്കിയാലുള്ള ആദായം കണ്ടാൽ എളുപ്പം സാധിക്കും. സാധാരണ ഇതു 100 രൂപാ ആയിട്ടാണ് എടുക്കുന്നതു്. അപ്പോൾ രണ്ടുപേരും 100 രൂപാ വീതം മുടക്കിയാലുള്ള ആദായം കണ്ടാൽ മതി. അതായതു് 800 ന്റെ എത്ര % ആണ് 96 എന്നും 1200 ന്റെ എത്ര% ആണ് 104 എന്നും കണ്ടാൽ മതി. അഥവാ ഇരുവർക്കും കിട്ടുന്ന ലാഭ % കണ്ടാൽമതി എന്നർത്ഥം.

കുരുമുളകു വ്യാപാരത്തിലെ ലാഭം $= \frac{96}{800} \times 100\% = 12\%$
കൊപ്രാവ്യാപാരത്തിലെ ലാഭം $= \frac{104}{1200} \times 100\% = 8\frac{2}{3}\%$

ആദ്യത്തെ വ്യാപാരത്തിൽ 12 % ലാഭവും രണ്ടാമത്തെ വ്യാപാരത്തിൽ $8\frac{2}{3}$ % ലാഭവും കിട്ടുന്നതിനാൽ കുരുമുളകു വ്യാപാരമാണു കൂടുതൽ ആദായകരമെന്നു നിശ്ചയിക്കാം. മററൊരുദാഹരണം നോക്കാം.

25 രൂപക്കു വാങ്ങിയ ഏത്തക്കാ 30 രൂപക്കു വിററാൽ എത്ര % ലാഭം കിട്ടി ?

വാങ്ങിയവില	$=25$ രൂ.
വിററവില	$=30$ രൂ.

$\therefore$ 25 രൂപയിൽ ലഭിച്ച ലാഭം $= 30 - 25$ രൂ.
$= 5$ രൂ.

$\therefore$ ലാഭ % $= \frac{5 \times 100}{25} = 20$

മുൻചോദ്യത്തിൽ 20 രൂപ വിററാൽ നഷ്ടം എത്ര% ?
25 രൂപായിലുള്ള നഷ്ടം $= 25 - 20$ രൂ. $= 5$ രൂ.

$\therefore$ നഷ്ട % $= \frac{5 \times 100}{25} = 20$

Note:—രണ്ടിടത്തും അതായതു് ലാഭ%-ഉം നഷ്ട % ഉ-ം കാണുവാൻ വാങ്ങിയവിലയിലാണു് % കണക്കാക്കുന്നതു് എന്നകാര്യം ശ്രദ്ധിക്കണം.

ഉദാ: (1) ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ 250 രൂപക്കു് ഒരു പശുവിനെ വാങ്ങി 275 രൂപക്കു വിററാൽ എത്ര % ലാഭം കിട്ടും ?

വാങ്ങിയവില	$= 250$ രൂപ
വിററവില	$= 275$ രൂപ
ലാഭം	$= 25$ രൂപ

$\therefore$ ലാഭ % $= \frac{25 \times 100}{250} = 10$

ഉദാ: (2) ഒരു വ്യാപാരി 320 രൂപയ്ക്കു് ഓറഞ്ചു വാങ്ങുന്നു. കേടു പററിയതിനാൽ വിററപ്പോൾ 300 രൂപയേ കിട്ടിയുള്ളു. നഷ്ടം എത്ര % ?

വാങ്ങിയവില = 320 രൂ.
വിററവില = 300 രൂ.
നഷ്ടം = 20 രൂ.

നഷ്ട % $= \frac{20 \times 100}{320} = \underline{6\frac{1}{4}}$

ഉദാ: (3) ഒരാൾ 50 രൂപ മുടക്കി പച്ചക്കറി ശേഖരിച്ചു. 8 രൂപ ചിലവാക്കി ചന്തയിൽ കൊണ്ടു വിററപ്പോൾ 76 രൂപ കിട്ടുന്നു. ലാഭം എത്ര % ?

വാങ്ങിയവില = 50 രൂ.
ചെലവു് = 8 രൂ.
ആകെ മുടക്കു് = 58 രൂ.
വിററവില = 76 രൂ.
ലാഭം = 76 രൂ. — 58 രൂ. = 18 രൂ.

∴ ലാഭ % $= \frac{18 \times 100}{58} = \underline{31 \cdot 0}$

ഉദാ: (4) 5 പേനയ്ക്കു് 3 രൂപ നിരക്കിനു വാങ്ങി 3 പേനയ്ക്കു് 5 രൂപാ വച്ചു വിററാൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര % ?

പേനയുടെ വാങ്ങിയ എണ്ണവും വിററ എണ്ണവും വ്യത്യസ്തമാകയാൽ അവയുടെ L.C.M. കണ്ടു് തുല്യമാക്കുക.

L.C.M. = 15
15 പേനയുടെ വാങ്ങിയവില = 9 രൂ.
15 പേനയുടെ വിററവില $= \frac{5}{3} \times 15$ രൂ. = 25 രൂ.
9 രൂപ മുടക്കിയപ്പോൾ കിട്ടിയ ലാഭം =
25 രൂ. — 9 രൂ. = 16 രൂ.

∴ ലാഭ% $= \frac{16}{9} \times 100 = \underline{178}$

Exercise 14

1. മനക്കണക്കായി ചെയ്യുക :

(1) ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര ? (2) ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര % ?

വാ: വി:	വി: വി:
10 രൂ.	12 രൂ.
25 രൂ.	30 രൂ.
40 രൂ.	48 രൂ.
50 രൂ.	58 രൂ.
140 രൂ.	130 രൂ.
25 രൂ.	60 രൂ.
60 രൂ.	40 രൂ.
5000 രൂ.	3500 രൂ.
4500 രൂ.	5500 രൂ.

	വാ: വി:	വി: വി:
(a)	60 രൂ.	27 രൂ.
(b)	35 രൂ.	60 രൂ.
(c)	125 രൂ.	150 രൂ.
(d)	260 രൂ.	273 രൂ.
(e)	385 രൂ.	529 രൂ.

(3) വിട്ടിട്ടുള്ള കാളങ്ങരം പൂരിപ്പിക്കുക :—

വാ:വി:	54രൂ.	1·25രൂ.	98·40 രൂ.	419രൂ.	226·50രൂ.
വി:വി:	67·50രൂ	1·75രൂ.	131·20രൂ.	511രൂ.	255·42രൂ.
ലാഭ%	——	——	——	——	——

(4) താഴെക്കാണുന്ന വ്യാപാരങ്ങളിൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര % ?

(a) 10 രൂപയ്ക്കു വാങ്ങി 21·25 രൂപയ്ക്കു വില്ക്കുന്നു.

(b) 1 രൂപയ്ക്കു് 4 എണ്ണം വാങ്ങി 1 രൂപയ്ക്കു് 3 എണ്ണം വച്ചു വിൽക്കുന്നു.

(c) 10 രൂപയ്ക്കു് 11 പുസ്തകം വാങ്ങി 11 രൂപയ്ക്കു് 10 എണ്ണം വച്ചു വിൽക്കുന്നു.

(d) ഡസനു് 7 രൂപവച്ചു് നോട്ടുബുക്കുകരം വാങ്ങി ഒരെണ്ണത്തിനു് 70 ന.പ. വച്ചു് വിൽക്കുന്നു.

(5) ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ 30 രൂപ വിലയ്ക്കു ഒരു കെട്ട ആപ്പിരം വാങ്ങി. അതു 36 രൂപയ്ക്കു വിററാൽ ലാഭം എത്ര % ?

(6) ഒരാഠം 84 രൂപകൊടുത്തു് ഒരു കട്ടിൽ വാങ്ങി. 77 രൂപയ്ക്കു വിററാൽ നഷ്ടം എത്ര % ? 98 രൂപയ്ക്കു വിററിരുന്നു എങ്കിൽ ലാഭം എത്ര % ?

(7) ഒരു വ്യാപാരി 60·37 രൂപ കൊടുത്തു് ഒരു വണ്ടി ചക്ക വാങ്ങി. 5·63 രൂപ ചിലവാക്കി വിററപ്പോഠം 74 രൂ. 80 ന.പ. കിട്ടിയാൽ ലാഭം എത്ര % ?

(8) ഒരാഠം ഡസനു് 1.75 രൂപവച്ചു് ഓറഞ്ചു വാങ്ങി. ഒരെണ്ണത്തിനു് 20 ന.പ. വച്ചു വിററാൽ ലാഭം എത്ര % ?

(9) നൂറിനു 24 രൂപ വിലയ്ക്കു് നാളികേരം വാങ്ങി ഒരെണ്ണത്തിനു 30 ന.പ. വച്ചു വിററാൽ ലാഭം എത്ര % ?

(10) ഒരാഠം രൂപയ്ക്കു് 10 മുട്ടവച്ചു് 200 എണ്ണം വാങ്ങി. 24 എണ്ണം ചീത്തയായി. ബാക്കിയുള്ളതു രൂപയ്ക്കു 8 വച്ചു വിററാൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര % ?

(11) ഒരാഠം ഒരു രൂപയ്ക്കു് 5 നാളികേരം വാങ്ങി. രൂപയ്ക്കു് 4 നാളികേരംവച്ചു് വിൽക്കുന്നു. മറെറാരാഠം രൂപയ്ക്കു് 6 നാളികേരം വീതം വാങ്ങി രൂപയ്ക്കു് 5 വീതം വിൽക്കുന്നു. ആരുടെ വ്യാപാരമാണു കൂടുതൽ ലാഭകരം ?

(12) സോമൻ 320 രൂപ മുടക്കി വ്യാപാരം നടത്തിയപ്പോഠം അയാഠംക്കു് 360 രൂപ ലഭിക്കുന്നു. ഗോപി 250 രൂപ മുടക്കി ചെയ്ത വ്യാപാരത്തിൽ 280 രൂപ ലഭിക്കുന്നു. ആരുടെ വ്യാപാരമാണു് കൂടുതൽ ആദായകരം ?

(13) ഒരു അരി വ്യാപാരി ഒരു ക്വിന്റൽ അളവുള്ള ഒരു ചാക്കു് നെല്ലിനു് 21·50 രൂപ വിലവച്ചു് 10 ചാക്കു് നെല്ലുവാങ്ങി പുഴുങ്ങികുത്തി അരി

ത്തുകളന്നു. അരി ആക്കുന്നതിനു 10 രൂപ ചിലവായി. അയാൾക്ക് 6 ചാക്ക് അരി കിട്ടിയതു് ചാക്കിനു് 42 രൂപ വിലവച്ചു വിററാൽ ലാഭം എത്ര % ?

(14) ഒരാൾ ന്യായവില ഷാപ്പിൽനിന്നു് കി.ഗ്രാമിനു് 1 രൂ. 20 ന.പ. വച്ചു് ഒരു ക്വിൻറൽ പഞ്ചസാര വാങ്ങുന്നു. 10 കി. ഗ്രാം നഷ്ടപ്പെട്ടുപോകുന്നു. ബാക്കി കി. ഗ്രാമിനു് 1രൂ. 50 ന.പ. വച്ചു് വിററാൽ കിട്ടിയ ലാഭം എത്ര % ?

(15) ഒരാൾ ചങ്ങനാശ്ശേരിയിൽനിന്നു് 100നു് 6 രൂ. 50 ന.പ. വെച്ചു് 3000 ഏത്തക്കു വാങ്ങി. 30 രൂപ ചിലവാക്കി. ഏലപ്പാറയിൽ കൊണ്ടുചെന്നു 100നു് 12 രൂ. 50 ന.പ. വിലവെച്ചു വിററാൽ എത്ര % ലാഭംകിട്ടും ?

നാം ഇതേവരെ പഠിച്ചതു് വാങ്ങിയവില, വിററവില ഇവ തന്നാൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ, എത്ര % എന്നു കാണുവാനായിരുന്നു. ഇനിയും വാ. വി., വി. വി., ലാഭം %, നഷ്ടം % ഈ മൂന്നിൽ ഏതെങ്കിലും രണ്ടെണ്ണം തന്നാൽ മൂന്നാമത്തേതു എങ്ങനെ കാണാം എന്നു പഠിക്കാം. അതായതു വാ. വി., ലാഭം അല്ലെങ്കിൽ നഷ്ടം പെർസെൻറു് ഇവ തന്നാൽ വി. വി. കാണുവാനും ; വിററവില, ലാഭം അല്ലെങ്കിൽ നഷ്ടം പെർസെൻറു തന്നാൽ വാങ്ങിയവില കാണുവാനും പഠിക്കണം.

(a) വാങ്ങിയവില, ലാഭത്തിൻേറയോ നഷ്ടത്തിൻേറയോ ശതമാനം ഇവ തന്നാൽ വിററവില കാണുന്നവിധം.

ഒരു വ്യാപാരത്തിൽ 12 % ലാഭംകിട്ടി എന്നു പറഞ്ഞാൽ വാങ്ങിയവിലയും അതിൻെറ 12 %-ഉം കൂടെ കൂട്ടിവിററു എന്നാണു് മനസ്സിലാക്കുന്നതു്. ഒരു സംഖ്യയോടു് അതിൻെറ 12 % കൂട്ടി കിട്ടുമ്പോൾ ആ സംഖ്യ,

112 % ആകുമെന്നു നാം പഠിച്ചു. അതുകൊണ്ട് വിററവില വാങ്ങിയവിലയുടെ 112 % ആയിരിക്കും. 12% നഷ്ടമായാലോ ? വാങ്ങിയ വിലയുടെ 88 % ആയിരിക്കും വിററവില.

ഉദാ: (1) 75 രൂപ വിലയുള്ള ഒരു മേശ വില്ക്കുമ്പോൾ 20 % ലാഭം കിട്ടുവാൻ എന്തു വിലക്കു വില്ക്കണം ?

വാ. വി. $=75$ രൂ. ലാഭം $= 20\%$

$\therefore$ വിററവില, വാങ്ങിയ വിലയുടെ 120 %

$\therefore$ വി. വി. $=75 \times \frac{120}{100}$ രൂ. $=$ 90 രൂ.

ഉദാ: (2) 450 രൂ. വിലയുള്ള ഒരു സൈക്കിൾ വിററപ്പോൾ 15 % നഷ്ടംവന്നു. വിററവില എന്ത് ?

വാ. വി. $=$ 450 രൂ. നഷ്ടം $=$ 15 %

$\therefore$ വിററവില, വാങ്ങിയ വിലയുടെ 85 %

$\therefore$ വി. വി. $=450 \times \frac{85}{100}$ രൂ. $=$ 382 രൂ. 50 ന.പ.

Exercise 15

1. വിററവില കാണുക !—

(1) 100 രൂപക്കു വാങ്ങി 10% ലാഭത്തിനു വിൽക്കുന്നു.

(2) 100 ,, $12\frac{1}{2}$ % ,,

(3) 20 ,, 25 % ,,

(4) 150 ,, 12 % ,,

(5) 5രൂ. 60 നപ. ,, 10 % ,,

2. താഴെ കാണുന്ന വ്യാപാരത്തിൽ വാങ്ങിയ വിലയെ ഏതു ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ

വിററവില കിട്ടുമെന്നു മനക്കണക്കായി പറയണം.—

(a) 12 % ലാഭം കിട്ടത്തക്കവണ്ണം വില്ക്കുന്നു.
(b) 27 % ,, ,,
(c) 65 % ,, ,,
(d) 112 % ,, ,,
(e) 10 % നഷ്ടം വരത്തക്കവിധം വില്ക്കേണ്ടി വരുന്നു.
(f) $15\frac{1}{2}$ % ,, ,,
(g) 27 % ,, ,,
(h) 45.5 % ,, ,,

3. വിററവില കാണുക :—

	വാങ്ങിയ വില	ലാഭം %	നഷ്ടം %
(i)	72 രൂ.	15	
(ii)	275 ,,	4	
(iii)	621 ,,	$33\frac{1}{3}$	
(iv)	7200 ,,	$11\frac{7}{18}$	
(v)	4800 ,,		$6\frac{2}{3}$
(vi)	3120 ,,		$16\frac{2}{3}$
(vii)	4600 ,,		$27\frac{1}{2}$
(viii)	6500 ,,		$10\frac{2}{13}$

4. ഒരു ഫർണിച്ചർ വ്യാപാരി ഒരു ജോടി ബെഞ്ചിനു 35 രൂ. ചെലവാക്കി ഉണ്ടാക്കുന്നു. 20 % ലാഭം കിട്ടണമെങ്കിൽ എന്തു തുകയ്ക്കു വില്ക്കണം ?

5. ക്വിന്റലിനു 240 രൂപ വിലയുള്ള വെളിച്ചെണ്ണ $2\frac{1}{2}$ % ലാഭം കിട്ടുവാൻ ക്വിന്റലിനു എന്തു വില വെച്ചു വില്ക്കണം ?

6. ഒരാൾ രൂപയ്ക്കു 10 മുട്ടവീതം വാങ്ങി. 25 % ലാഭം കിട്ടുവാൻ രൂപയ്ക്കു എത്ര മുട്ടവീതം വില്ക്കണം?

7. 100 നാളികേരത്തിനു 25 രൂപ. വിലവച്ചു വാങ്ങി ഒന്നിനു എന്തു വിലവച്ചു വിററാൽ 20 % ലാഭം കിട്ടും ?

8. 100 മാമ്പഴത്തിനു 12 രൂ. 50 ന.പ. വിലകൊടുത്തുവാങ്ങി, 20 എണ്ണം ചീഞ്ഞുപോകുന്നു. ശേഷിച്ചതു് ഒന്നിനു എന്തു വിലവച്ചു വിററാൽ 28 % ലാഭം കിട്ടും ?

9. ഒരാൾ 8500 രൂ. കൊടുത്തു് ഒരു വീടും പുരയിടവും കൂടി വാങ്ങുന്നു. 1400 രൂ. ചിലവാക്കി പുര നന്നാക്കി. എന്തു വിലക്കു വിററാൽ $16\frac{2}{3}$ % ലാഭം കിട്ടും ?

10. ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ ഒരു ടിൻ മണ്ണെണ്ണയ്ക്കു് 8 രൂ. 16 ന.പ. വില കൊടുത്തു വാങ്ങുന്നു. ഒഴിഞ്ഞ ടിന്നിനു 1 രൂ. 50 ന.പ. വിലകിട്ടും. ഒരുകുപ്പി മണ്ണെണ്ണയ്ക്കു എന്തു വിലവച്ചു വിററാൽ അയാൾക്കു $33\frac{1}{3}$ % ലാഭം കിട്ടും ? (1 ടിന്നിൽ 24 കുപ്പി മണ്ണെണ്ണ കാണും)

11. 76 രൂ. 50 ന.പ. വിലയുള്ള ഒരു കട്ടിൽ $8\frac{1}{2}$ % നഷ്ടപ്പെട്ടു വില്ക്കേണ്ടിവന്നു. വിററവില എന്തായിരിക്കണം ?

12. ഒരാൾ 275 രൂപയ്ക്കു വാങ്ങിയ ഒരു പഴയ സൈക്കിൾ വിററപ്പോൾ 12 % നഷ്ടംവന്നു. വിററവില എന്തു് ?

13. കാപ്പിക്കുരു കിലോഗ്രാമിനു് 5 രൂ. 76 ന.പ. വിലവച്ചു വാങ്ങി $8\frac{1}{3}$ % നഷ്ടത്തിനു വിററെങ്കിൽ വിററവില എന്തു് ? $12\frac{1}{2}$ % ലാഭം കിട്ടുവാൻ എന്തു വിലയ്ക്കു വില്ക്കണം.

(b) വിററവില, ലാഭ % അല്ലെങ്കിൽ നഷ്ട % ഇവ തന്നാൽ വാങ്ങിയ വില കാണുന്നവിധം.

ഉദാ: (1) ഒരു ചാക്കു വാളൻപുളി 10 രൂപയ്ക്കു വില്ക്കുമ്പോഴം $33\frac{1}{3}$ % ലാഭം കിട്ടുവാൻ എത്ര വിലവച്ചു വാങ്ങണം?

വാങ്ങിയ വിലയുടെ $133\frac{1}{3}$ % = 10 രൂ.

വാ. വി. $\times \frac{133\frac{1}{3}}{100}$ = 10 രൂ.

∴ വാ. വി. $= 10 \div \frac{133\frac{1}{3}}{100}$ രൂ.

$= 10 \times \frac{100 \times 3}{400}$ രൂ.

= 7 രൂ. 50 ന.പ.

ഉദാ: (2) മാർക്കററിൽ 462 രൂ. വിലയുള്ള റേഡിയോ എത്ര വിലവച്ചു വാങ്ങിയാൽ 10% ലാഭം കിട്ടും?

വാങ്ങിയ വിലയുടെ 110% = 462 രൂ.

വാ. വി. $\times \frac{110}{100}$ = 462 രൂ.

∴ വാ. വി. $= 462 \times \frac{100}{110}$ രൂ.

= 420 രൂ.

Note:—10% നഷ്ടമാണെങ്കിൽ വിററവിലയെ $\frac{90}{100}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കണം.

14. വാങ്ങിയ വില കാണുക:—

	വിററവില	ലാഭ %	നഷ്ട %	വാ. വി.
i.	40 രൂ.	20		?
ii.	132 രൂ.	10		?
iii.	368 രൂ.	15		?
iv.	72 രൂ.		10	?
v.	120 രൂ.		$6\frac{1}{4}$	?
vi.	40 രൂ.		$16\frac{2}{3}$	?

15. 360 രൂപയ്ക്കു വില്ക്കുവാൻ കഴിയുന്ന സാധനം എന്തു വിലയ്ക്കു വാങ്ങിയാൽ 20% ലാഭം കിട്ടും ?
16. 600 രൂപയ്ക്കു വില്ക്കാവുന്ന ഒരു റേഡിയോ എന്തു വിലയ്ക്കു വാങ്ങിയാൽ $33\frac{1}{3}$% ലാഭം കിട്ടും ?
17. 800 രൂപയ്ക്കു വില്ക്കുവാൻ കഴിയുന്ന രണ്ടു കാളകളെ എന്തു വിലയ്ക്കു വാങ്ങിയാൽ $33\frac{1}{3}$% ലാഭം കിട്ടും ?
18. ഒരു ഓറഞ്ചിനു 25 ന.പ. വച്ചു വില്ക്കുവാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ 25% ലാഭം കിട്ടുവാൻ 100 നു എന്തു വിലവച്ചു വാങ്ങാം ?
19. 127 രൂ. 50 ന. പ. യ്ക്കു വില്ക്കാവുന്ന ഒരു വാച്ച് $6\frac{1}{4}$% ലാഭം കിട്ടുവാൻ എന്തു വിലയ്ക്കു വാങ്ങണം ? എന്തു വിലയ്ക്കു വാങ്ങിയിരുന്നെങ്കിൽ $6\frac{1}{4}$% നഷ്ടം സംഭവിക്കുമായിരുന്നു ?
20. ഡസനു് 90 രൂപ വച്ചു വിററാൽ 20% ലാഭം കിട്ടുവാൻ, 100 കായ്ക്കു എന്തു വിലവച്ചു വാങ്ങണം ? 100 നു് എന്തു വിലവച്ചു വാങ്ങിയിരുന്നെങ്കിൽ 20% നഷ്ടം സംഭവിക്കുമായിരുന്നു ?
21. ഒരു സ്കൂട്ടർ 2992 രൂ. 50 ന. പ. വിലയ്ക്കു വിററാൽ 5% ലാഭം കിട്ടണമെങ്കിൽ എന്തു വിലയ്ക്കു വാങ്ങണം ? എന്തു വിലയ്ക്കു വാങ്ങിയിരുന്നെങ്കിൽ 10% നഷ്ടം സംഭവിക്കുമായിരുന്നു ?

(C) ഡിസ്കൗണ്ട്, പരസ്യവില, വിററവില ഇവ വ്യാപാരത്തിൽ (Discount, Marked price, Selling price in trade)

പുസ്തകങ്ങൾ, കളിസ്സാമാനങ്ങൾ, സയൻസ്സാമാനങ്ങൾ, വാച്ച് ഇവ വ്യാപാരം ചെയ്യുന്ന ആളുകളെ സമീപിച്ചാൽ അവ വ്യാപാരം ചെയ്യുന്ന സാധനങ്ങളുടെ വിലവിവരപ്പട്ടിക (Catalogue) നിങ്ങൾക്കു തരും. അതിൽനിന്നും ഓരോന്നിന്റേയും വില നിങ്ങൾക്കു് അറിയുവാൻ കഴിയും. വിലവിവരപ്പട്ടികയിൽ കാണുന്ന വിലയ്ക്കു പരസ്യവില (Marked price)

എന്നാണു പറയുക. ഈ വിലയ്ക്കുതന്നെ വിററാൽ വ്യാപാരിക്കെന്താണു ലാഭം? ഈ വിലയ്ക്കാണോ വ്യാപാരി വാങ്ങിയതു്? തീർച്ചയായും ആയിരിക്കുകയില്ല. ഇതു് യഥാർത്ഥ വിലയിൽനിന്നു് കൂട്ടി പരസ്യപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന വിലകളാണു്. അപ്പോൾ യഥാർത്ഥ വിലയിൽ ഒരു ക്ലിപ്ത പെർസെൻറു കൂട്ടിയിട്ടുള്ള വിലയ്ക്കാണു് (Marked price) പരസ്യവിലയെന്നു പറയുന്നതു്.

നിങ്ങൾ കുറെ സാധനങ്ങൾ ഒന്നിച്ചെടുക്കുകയോ, റൊക്കം പണം കൊടുക്കുകയോ ചെയ്താൽ കച്ചവടക്കാരൻ നിങ്ങൾക്കു് ഒരു സൗജന്യം ചെയ്യുക പതിവാണു്. ഈ സൗജന്യം, പരസ്യവിലയിൽ ഒരു ക്ലിപ്തപെർസെൻറു കുറവുചെയ്യുകയോ, ഇത്ര സാധനം വാങ്ങിയാൽ കുറെ സാധനം സൗജന്യമായി തരുകയോ ആണു്. ഇപ്രകാരം അനുവദിക്കുന്ന സൗജന്യത്തിനു് "ഡിസ്കൗണ്ടു്" എന്നാണു് പറയുന്നതു്. ഈ ഡിസ്കൗണ്ടു് അനുവദിച്ചാലും വ്യാപാരിക്കു് ലാഭം ഉണ്ടായിരിക്കുകയും വേണം. അപ്പോൾ നിർമ്മാണച്ചെലവിൽ അഥവാ യഥാർത്ഥ വിലയിൽ കൂട്ടി പരസ്യവില ഇടുകയും, അതിൽ ഒരു സൗജന്യം (ഡിസ്കൗണ്ടു്) അനുവദിക്കുകയും ചെയ്തിട്ടാണു് വില്ക്കുന്നതു്.

നിർമ്മാണച്ചെലവു് 100 രൂപ ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. 25% കൂട്ടി പരസ്യവില ഇടുമെന്നു സങ്കല്പിച്ചാൽ പരസ്യവില 125 രൂ. ആയിരിക്കും. ഇതിൽ 10% ഡിസ്കൗണ്ടു് കുറച്ചാൽ $112\frac{1}{2}$ രൂപ വിററവില ലഭിക്കുമല്ലോ. അപ്പോൾ 100 രൂപ യഥാർത്ഥവിലയുള്ള ഒരു സാധനത്തിനു് $112\frac{1}{2}$ രൂ. ലഭിക്കുന്നു. അങ്ങിനെ $12\frac{1}{2}\%$ ലാഭം കിട്ടുന്നു.

ഉദാ: (1) ഒരു റേഡിയോയുടെ നിർമ്മാണച്ചെലവു് 510 രൂപ. അതിൻെറ പരസ്യവില 816 രൂപ. 25% ഡിസ്കൗണ്ടു് അനുവദിച്ചു വിററാൽ ലാഭം എത്ര %?

ഡിസ്കൗണ്ടു് = 25%

∴ വിററവില = വാങ്ങിയ വിലയുടെ 75%

∴ വിററവില $= 816 \times \frac{75}{100}$ രൂ. $= 612$ രൂ.

∴ ലാഭം $= 612 - 510$ രൂ. $= 102$ രൂ.

∴ ലാഭ % $= \frac{102}{510} \times 100 = 20$

Note :—ഡിസ്കൗണ്ട് അനുവദിക്കുന്നതു് എപ്പോഴും പരസ്യവിലയിൽ ആയിരിക്കും.

ഉദാ : (2) ഒരു പുസ്തകവ്യാപാരി 4200 രൂപ ചെലവാക്കി ഒരു പുസ്തകത്തിന്റെ 2600 കാപ്പി അച്ചടിക്കുന്നു. 12 പുസ്തകത്തിനു് ഒരു പുസ്തകം ഡിസ്കൗണ്ടു് കൊടുക്കുകയും, ഒരു പുസ്തകത്തിനു 2 രൂ. വില വച്ചു് വില്ക്കുകയും ചെയ്താൽ ലാഭം എത്ര % ?

13 കാപ്പി വിററാൽ
കിട്ടുന്ന തുക $= 12 \times 2 = 24$ രൂ.

∴ 2600 കാപ്പി വിററാൽകിട്ടുന്ന തുക $= \frac{2600}{13} \times 24$ രൂ. $= 4800$ രൂപ.

അച്ചടിച്ചെലവു് $= 4200$ രൂപ.

∴ ലാഭം $= 4800 - 4200$ രൂ. $= 600$ രൂപ.

∴ ലാഭ % $= \frac{600}{4200} \times 100 = 14\frac{2}{7}$

ഉദാ : (3) ഒരു വ്യാപാരി വാങ്ങിയ വിലയേക്കാൾ 20 % കൂട്ടി പരസ്യവില ഇടുന്നു. അതിൽ 15% ഡിസ്കൗണ്ടു് അനുവദിച്ചു വിററാൽ ലാഭം എത്ര % ?

വാങ്ങിയവില 100 രൂ. എന്നു സങ്കല്പിക്കുക.

പരസ്യവില $= 120$ രൂ.

ഡിസ്കൗണ്ടു് $= 15$ %

∴ വിററവില $= 120 \times \frac{85}{100}$ രൂ. $= 102$ രൂ.

∴ ലാഭ % $= 2.$

ഉദാ : (4) ഒരു കമ്പനിക്കു ഒരു സ്കൂട്ടർ നിർമ്മാണത്തിനു 1600 രൂ. ചെലവാകുന്നു. അതിന്റെ പരസ്യ

വിലയുടെ 10% കുറച്ചു കൊടുത്തശേഷവും 35% ലാഭം കിട്ടുവാൻ എന്തുവില പരസ്യം ചെയ്യണം ?

വിററവില $= 1600 \times \frac{135}{100}$ രൂ.

ഇതു പരസ്യവിലയുടെ 90% ആകയാൽ,

പരസ്യവില $= 1600 \times \frac{135}{100} \times \frac{100}{90}$ രൂ.

$= \underline{\underline{2400}}$ രൂ.

Exercise 16

1. താഴെക്കാണുന്ന പട്ടികയിൽ ഡിസ്കൗണ്ടു കാളം പൂരിപ്പിക്കുക.—

പരസ്യവില :	120 രൂ.	250 രൂ.	384 രൂ.	440 രൂ.	7800 രൂ.
ഡിസ്കൗണ്ടു %.	15	20	$6\frac{1}{4}$	$12\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$
ഡിസ്കൗണ്ടു്:	—	—	—	—	—

2. താഴെക്കാണുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഡിസ്കൗണ്ടു കഴിച്ചുള്ള വിററവില കാണുക.—

	പരസ്യവില	ഡിസ്കൗണ്ടു്
(*i*)	125 രൂ.	20%
(*ii*)	264 ,,	$12\frac{1}{2}$%
(*iii*)	496 ,,	$16\frac{2}{3}$%
(*iv*)	575 ,,	8%
(*v*)	1680 ,,	12%

3. 950 രൂപ നിർമ്മാണച്ചെലവുള്ള ഒരു സെററു സ്റ്റീൽ പാത്രത്തിനു് 1200 രൂ. പരസ്യവില യാണു്. 15% ഡിസ്കൗണ്ടു കുറച്ചു വിററാൽ എന്തു ലാഭം കിട്ടും ?

4. 9400 രൂപ നിർമ്മാണച്ചെലവുള്ള ഒരു കാറിൻെറ പരസ്യവില 12000 രൂപ ആണു്. 20% ഡിസ്കൗണ്ടു് കുറച്ചു വിററാൽ ലാഭം എത്ര ?

5. 320 രൂപ നിർമ്മാണച്ചെലവുള്ള ഒരു വാച്ചിനു് 540 രൂപ പരസ്യവിലയുണ്ടു്. അതിൽ $16\frac{2}{3}\%$ ഡിസ്കൗണ്ടു് കുറച്ചു വിററാൽ ലാഭം എന്തു് ?

6, 25 രൂപ വിലയുള്ള സാരിയുടെ പരസ്യവില 32 രൂപയും ഡിസ്കൗണ്ടു് $12\frac{1}{2}\%$ ഉം ആയാൽ ലാഭം എത്ര %

7. 7 രൂ. 50 ന.പ. വിലയുള്ള ഒരു പുസ്തകം 15% ഡിസ്കൗണ്ടു് കുറച്ചു വാങ്ങി പരസ്യവിലക്കു തന്നെ വിററാൽ എത്ര% ലാഭം കിട്ടും ?

8. 375 രൂപ നിർമ്മാണച്ചെലവുള്ള ഒരു സൈക്കിളിനു് 40% കൂട്ടി പരസ്യവില ഇട്ടു. അതിൽ 10 %ഡിസ്കൗണ്ടു് അനുവദിച്ചു വിററാൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര % ?

9. ഒരാൾ 2000 രൂപ ചെലവാക്കി കുറെ ബെഞ്ചു കൾ ചെയ്യിക്കുന്നു. അതിൽ 20% കൂട്ടി പരസ്യ വില ഇടുന്നു. 10% ഡിസ്കൗണ്ടു് അനുവദിച്ചു അവ വിററാൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര % ?

10. ഒരു പുസ്തക വ്യാപാരി 3000 രൂപ മുടക്കി ഒരു പുസ്തകത്തിൻെറ 3300 കോപ്പികൾ അടിപ്പിക്കുന്നു. 10-നു് ഒന്നുവീതം ഡിസ്കൗണ്ടു് കൊടുക്കുകയും ഒരു പുസ്തകത്തിനു് 1 രൂ 25 ന.പ. വിലവച്ചു വില്ക്കുകയും ചെയ്താൽ ലാഭം എത്ര% ?

11. ഒരു പുസ്തക വ്യാപാരി 5000 രൂപ മുടക്കി ഒരു പുസ്തകത്തിൻെറ 6500 പ്രതികൾ അച്ചടിപ്പിക്കുന്നു. 12-നു് ഒന്നുവീതം ഡിസ്കൗണ്ടു കൊടുക്കു

കയും 1 പുസ്തകത്തിന്ന് 1 രൂപവിലവച്ച് വില്ക്കുകയും ചെയ്താൽ ലാഭം എത്ര% ?

12. 3 രൂ. 85 ന.പ. പരസ്യവിലയുള്ള 400 പുസ്തകം വാങ്ങിയാൽ 10% ഡിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു കൊടുക്കും. അതു പരസ്യവിലയ്ക്കുതന്നെ വിററാൽ എത്ര രൂപ ലാഭം കിട്ടും ? ലാഭം എത്ര% ?

13. ഒരു വ്യാപാരി വാങ്ങിയ വിലയേക്കാരം 30% കൂട്ടി പരസ്യവില ഇടുകയും അതിൽ 10 %ഡിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു കൊടുക്കുകയും ചെയ്താൽ ലാഭം എത്ര % ?

14. ഒരാരം വാങ്ങിയ വിലയേക്കാൾ $12\frac{1}{2}$% കൂട്ടി പരസ്യവില ഇട്ട് അതിൽ $6\frac{1}{4}$% സിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു കൊടുക്കുകയും ചെയ്താൽ ലാഭം എത്ര% ?

15. ഒരു വ്യാപാരി വാങ്ങിയ വിലയേക്കാരം 25% കൂട്ടി പരസ്യവില ഇടുന്നു. ഇതിൽ എത്ര% ഡിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു വിററാൽ 15% ലാഭം കിട്ടും ? (വാങ്ങിയ വില 100 രൂപ എന്ന് സങ്കല്പിച്ചു ക്രിയ ചെയ്യുക).

16. ഒരാൾ വാങ്ങിയവിലയുടെ 20% കൂട്ടി പരസ്യവില ഇട്ടു. അതിൽ എത്ര% സിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു കൊടുത്താൽ 8% ലാഭം കിട്ടും ?

17. ഒരു റേഡിയോയുടെ നിർമ്മാണച്ചെലവ് 510 രൂപയാണ്. പരസ്യവിലയുടെ 15% ഡിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു വിററാൽ 15% ലാഭം കിട്ടണമെങ്കിൽ പരസ്യവില എന്തായിരിക്കണം ?

18. ഒരു കാറിൻെറ നിർമ്മാണച്ചെലവ് 9500 രൂപയാണ്. പരസ്യവിലയുടെ 5% ഡിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു വിററാൽ 20% ലാഭം കിട്ടണമെങ്കിൽ എന്തു പരസ്യവില ഇടണം ?

19. ഒരാരം 54 രൂപാക്കു വാങ്ങിയ സാരിയിൽ 69 രൂപ പരസ്യവില ഇട്ട് അതിൽ 10% ഡിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു വിററാൽ ലാഭം എത്ര% ?

20. ഒരാൾ 400 രൂപ കൊടുത്തു വാങ്ങിയ റേഡിയോ 500 രൂപ പരസ്യവില ഇട്ടിട്ട്, അതിൽ 10% ഡിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു വിററാൽ ലാഭം എത്ര% ?

21. 600 രൂപ വിലയുള്ള സാധനം 20% കൂട്ടി പരസ്യവില ഇട്ട് അതിൽ എത്ര% ഡിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു കൊടുത്താൽ 5% ലാഭം കിട്ടും ?

അദ്ധ്യായം 6

സാധാരണപലിശ (കുറച്ചുകൂടി)

(Simple Interest)

ഒരു തുകയ്ക്കുള്ള പലിശയെപ്പററി താഴത്തെ ക്ലാസ്സിൽ പഠിച്ചു. മുതൽ, കാലം, പലിശനിരക്ക് ഇവ വർദ്ധിക്കുന്നതനുസരിച്ച് പലിശയും വർദ്ധിക്കുമെന്ന് നാം പഠിച്ചു. 150 രൂപയുടെ പലിശയുടെ ഇരട്ടി ആയിരിക്കും 300 രൂപയുടെ പലിശ. ഒരു വർഷത്തെ പലിശയുടെ മൂന്നിരട്ടി ആയിരിക്കും മൂന്നു വർഷത്തെ പലിശ. 3% നിരക്കിനുള്ള പലിശയുടെ 4 ഇരട്ടി ആയിരിക്കും ഒരേ തുകയിൽ ഒരേ കാലത്തേക്കുള്ള 12% പലിശ. അങ്ങിനെ മുതൽ, കാലം, നിരക്ക് ഈ മൂന്നു ഘടകങ്ങളേയും ആശ്രയിച്ച് പലിശയ്ക്കും വ്യത്യാസം വരുമെന്നു കാണാം.

150 രൂപയ്ക്ക് 6% നിരക്കിൽ 2 വർഷത്തെ പലിശ എങ്ങിനെ കണ്ടു ?

100 രൂപയ്ക്ക് 1 വർഷത്തെ പലിശ $= 6$ രൂ.

$\therefore$ 150 ,, 1 ,, $= \frac{6}{100} \times 150$ രൂ.

$\therefore$ 150 രൂപയ്ക്ക് 2 വർഷത്തെ പലിശ $= \frac{6}{100} \times 150 \times 2$ രൂ.

$= 18$ രൂ.

Note :—150 രൂപയുടെ 2 വർഷത്തെ പലിശ 300 രൂപയുടെ ഒരു വർഷത്തെ പലിശക്ക് തുല്യമായിരിക്കും.

$R = \frac{6}{100}$; $P = 150$; $N = 2$ ആയാൽ,

$I = PNR$ എന്ന ഫോർമുല നിങ്ങൾ പഠിച്ചതുപയോഗിച്ച്, $I = 150 \times 2 \times \frac{6}{100}$ രൂ. $= 18$ രൂ. എന്നു കാണാം. I, P, N, R ഈ നാലും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കുറിക്കുന്ന ഫോർമുലയാണ് $I = PNR$ അതിനാൽ ഇതിൽ ഏതെങ്കിലും മൂന്നെണ്ണം അറിഞ്ഞാൽ നാലാമത്തേതു് എങ്ങിനെ കാണാമെന്നു് പഠിക്കണം.

$$P, N, R, = I \text{ ആകയാൽ}$$

$$P = \frac{I}{NR} \quad (1)$$

$$N = \frac{I}{PR} \quad (2)$$

$$R = \frac{I}{PN} \quad (3)$$

ഈ മൂന്നു ഫോർമുലായിൽനിന്നു് P, N, R എന്നിവ കാണുവാൻ കഴിയും.

പലിശ (I) യെ NR കൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ P യും
PR ,, ,, N ഉം
PN ,, ,, R ഉം
കിട്ടും.

ഉദാ: (1) 4% പലിശ നിരക്കിൽ 3 വർഷം കൊണ്ടു 30 രൂപ പലിശ കിട്ടുവാൻ എന്തു തുക വേണം?

$R = \frac{4}{100}$; $N = 3$, $I = 30$

$P = \frac{I}{NR} = \frac{3}{\frac{4}{100} \times 3}$

$= \frac{30 \times 100}{4 \times 3}$ രൂ. $=$ 250 രൂ.

ഉദാ : (2) 150 രൂപയ്ക്കു വർഷത്തിൽ 5% നിരക്കിൽ 75 രൂപ പലിശ കിട്ടുവാൻ എത്ര വർഷം വേണ്ടിവരും ?

$I=75, \quad P=150, \quad R=\frac{5}{100}$

$$N=\frac{I}{P\times R}=\frac{75}{150\times\frac{5}{100}}$$

$$=\frac{75\times100}{150\times5} \text{ വർഷം } = \underline{\underline{10 \text{ വർഷം}}}$$

ഉദാ : (3) 350 രൂപയ്ക്കു 3 വർഷം കൊണ്ടു 63 രൂപ പലിശ കിട്ടുവാൻ പലിശനിരക്കെന്തായിരിക്കണം ?

$P=350, \quad N=3, \quad I=63$

$$R=\frac{I}{PN}=\frac{63}{350\times3}=\frac{3}{50}$$

$$\therefore \text{ റേറ്റ് } =\frac{3\times100}{50}\%$$

$$=\underline{\underline{6\%}}$$

Note :—R എന്നതു $\frac{5}{100}$, $\frac{6}{100}$, $\frac{8}{100}$ ഈ മാതിരി രൂപത്തിൽ ആകയാൽ ഇപ്രകാരം കിട്ടുന്ന ഭിന്നസംഖ്യയെ 100 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു നിരക്കു % കണ്ടുകൊള്ളണം.

Exercise 17

1. മുതൽ കാണുക:—

	കാലം	വാർഷിക പലിശനിരക്ക്	പലിശ
(1)	5 വർഷം	4%	100 രൂ.
(2)	4 ,,	5%	80 ,,
(3)	3 ,,	3%	243 ,,

	കാലം	വാർഷിക പലിശനിരക്ക്	പലിശ
(4)	5 വർഷം	3%	37 രൂ. 50 ന.പൈ.
(5)	2 ,,	12%	144 ,,
(6)	4 ,,	$2\frac{1}{2}$%	65 ,,
(7)	$4\frac{1}{2}$,,	$3\frac{1}{2}$%	$31\frac{1}{2}$,,

2. കാലം കാണുക :—

	മുതൽ	നിരക്ക്	പലിശ
(1)	250 രൂ.	4%	50 രൂ.
(2)	560 ,,	5%	56 ,,
(3)	540 ,,	3%	81 ,,
(4)	300 ,,	5%	300 ,,
(5)	1500 ,,	3%	180 ,,

3. പലിശനിരക്ക് കാണുക :—

	മുതൽ	കാലം	പലിശ
(1)	250 രൂ.	3 വർഷം	45 രൂ.
(2)	375 ,,	6 ,,	135 ,,
(3)	750 ,,	4 ,,	90 ,,
(4)	1250 ,,	3 ,,	225 ,,
(5)	325 ,,	$\frac{1}{2}$,,	13 ,,

4. വിട്ടുപോയതു് പൂരിപ്പിക്കുക :—

	മുതൽ	കാലം	പലിശ	നിരക്ക്
(1)	560 രൂ.	——	165 രൂ.	5%
(2)	——	4 വർഷം	192 രൂ.	$7\frac{1}{2}$%
(3)	280 രൂ.	5 വർഷം	42 രൂ.	——
(4)	1500 രൂ.	$2\frac{1}{2}$,,	——	6%

5. 2,000 രൂപ എത്ര% പലിശനിരക്കിൽ കടം കൊടുത്താൽ 3 വർഷംകൊണ്ടു് 240 രൂപ പലിശ ഇനത്തിൽ കിട്ടും ?

6. 460 രൂപ 5% സാധാരണ പലിശക്കു് കൊടുത്താൽ എത്ര വർഷം കൊണ്ടു് പലിശയും മുതലും കൂടി 529 രൂപ ആയി വർദ്ധിക്കും ?

7. എത്ര തുകയിൽനിന്നു് $7\frac{1}{2}$% പലിശനിരക്കിൽ 4 വർഷംകൊണ്ടു് 375 രൂപ പലിശ കിട്ടും ?

Savings Bank Account-ൻ പലിശ കാണുന്ന വിധം—എന്താണീ SB . കണക്കു്

പണം പെട്ടിയിൽവച്ചു് സൂക്ഷിക്കുന്നതു് പല അസൗകര്യങ്ങൾക്കും ഇടവരുത്തും. അത്യാവശ്യമല്ലാത്ത കാര്യങ്ങൾക്കായി പണം ചെലവാക്കേണ്ട സന്ദർഭം ചിലപ്പോൾ ഉണ്ടാകാം. അപ്പോഴും പണം കൈവശമില്ലെങ്കിൽ ചെലവാക്കാതെ കഴിക്കാം. പെൻസിലിനു് നീളം കുറഞ്ഞു. അപ്പോഴാം ഒരു പെട്ടിക്കച്ചവടക്കാരൻ കുറെ പെൻസിലുമായി വീട്ടിൽ വരുന്നു. നീളം കുറഞ്ഞ പെൻസിൽകൊണ്ടുതന്നെ കുറെനാളുംകൂടി എഴുതുവാൻ കഴിയുമെങ്കിലും പുത്തൻ പെൻസിലിനുവേണ്ടി നിങ്ങൾ അമ്മയെ നിർബ്ബന്ധിക്കും. പണം കൈവശമുണ്ടെങ്കിൽ അതു വാങ്ങും. അതിന്റെ കൂടെ കുറേ റിബണോ, സേഫ്ടിപിന്നോ, പന്തോ, തല്ക്കാലം ആവശ്യമില്ലെങ്കിൽ കൂടി വാങ്ങും. ഇതൊന്നും ഉടൻ ആവശ്യമില്ലെങ്കിൽ തന്നെയും വാങ്ങുന്നതു് പണം കൈവശമിരിക്കുന്നതിനാലാണു്. ആവശ്യം കഴിഞ്ഞു് മിച്ചമുള്ള

പണം പ്രത്യേകം സൂക്ഷിക്കുവാൻ വ്യവസ്ഥയുണ്ടായിരിക്കുകയും അത്യാവശ്യത്തിന്നു മാത്രം അതെടുക്കുവാൻ സൗകര്യം ഉണ്ടായിരിക്കുകയും ചെയ്താൽ ഈ വക ഒഴിച്ചുകൂട്ടാൻ കഴിയുന്ന ചിലവുകൾ ഒഴിവാക്കുവാനും ഒരു തുക മിച്ചം വച്ച് സൂക്ഷിക്കുവാനും കഴിയും. അതിന്ന് പോസ്റ്റാഫീസിലും ബാങ്കുകളിലും വ്യവസ്ഥയുണ്ട്. സേവിംഗ്സ് ബാങ്ക് വ്യവസ്ഥ എന്നാണിതിന്ന് പേര്. അതിൽ പണം നിക്ഷേപിക്കുന്ന കണക്കിന്ന് S.B. കണക്ക് (സേവിംഗ്സ് ബാങ്ക് കണക്ക്) എന്നാണ് പറയുന്നത്. 1 രൂപ മുതൽ നിങ്ങൾക്കതിൽ നിക്ഷേപിക്കാവുന്നതാണ്. അത്യാവശ്യം ഉള്ള അവസരത്തിൽ നിങ്ങളുടെ കണക്കിലുള്ള തുകയിൽ നിന്ന്, ആവശ്യമുള്ള തുക എടുക്കാവുന്നതാണ്. ബാക്കി പണം നിങ്ങളുടെ കണക്കിൽ നിക്ഷേപമായി കിടക്കുന്നതും, ആ തുകയ്ക്ക് $2\frac{1}{2}\%$, 3% ഈ നിരക്കിൽ പലിശ ലഭിക്കുന്നതുമാണ്. നിക്ഷേപകന്ന് pass book (പാസ്സ് ബുക്ക്) എന്നറിയപ്പെടുന്ന ഒരു ബുക്ക് ഈ ബാങ്കിൽ നിന്നു ലഭിക്കും. അതിൽ നിക്ഷേപത്തുകയും എടുത്ത തുകയും അപ്പോഴപ്പോൾ കുറിച്ചിരിക്കും. ഒരു പാസ്സ് ബുക്കിലെ ഒരു പേജിന്റെ മാതൃക ചുവടെ ചേർക്കുന്നു.

THE CANARA INDUSTRIAL AND BANKING SYNDICATE

S. B. Account No. 16/Folio 21

തീയതി		ഇനവിവരം	പിൻവലിക്കൽ		നിക്ഷേപം		Dr. or Cr.	ബാലൻസ്	ഒപ്പ്
1963									
ജനവരി	12	മുന്നിരിപ്പ്			1837	72	Cr.	1837.72	
ഫെബ്രു.	5	പിൻവലിച്ചതു്	250				Dr.	1587.72	
മാർച്ച്	3	നിക്ഷേപം			100	..	Cr.	1687.72	
ഏപ്രിൽ	18	പിൻവലിച്ചതു്	150				Dr.	1537.72	
ജൂലൈ	13	നിക്ഷേപം			250	..	Cr.	1787.72	

ഉദാ : $2\frac{3}{4}\%$ പലിശകൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ ഒരാളുടെ S. B. a/c-ൽ താഴെകാണുന്ന ഇടപാടുകൾ നടക്കുന്നു. അടുത്ത Dec. മാസത്തിൽ പലിശ എന്തുകാണും ?

Dec.	31–ാം	തീയതി	നിക്ഷേപം	150 രൂ.
Feb.	19–ാം	,,	,,	235 ,,
April	21–ാം	,,	പിൻവലിച്ചതു്	300 ,,
July	3–ാം	,,	നിക്ഷേപം	265 ,,
,,	18–	,,	,,	150 ,,
Oct.	19	,,	,,	260 ,,
Nov.	1	,,	പിൻവലിച്ചതു്	400 ,,

പലിശ ഓരോ മാസവും 20–ാംനു ഉള്ള തുകയിൽ കണക്കാക്കുന്നു.

1. ജനവരി 20–ാംനു കണക്കിൽ ഉള്ളതുക 150 രൂ. Feb. 20–ാംനു 150 രൂപയ്ക്കു് 1 മാസത്തെ പലിശ.

2. Feb. 20 മുതൽ April 20 വരെ 150+235=385 രൂപയ്ക്കു്

   2 മാസത്തെ പലിശ=385×2=770 രൂപയ്ക്കു ഒരു മാസത്തെ പലിശ.

3. April 20–ാംനു കണക്കിൽ 385—300=85 രൂ. April 20–ാംനു മുതൽ ജൂലൈ 20–ാംനു വരെ 85 രൂപയ്ക്കു് 3 മാസത്തെ പലിശ=85×3രൂപയ്ക്കു് 1 മാസത്തെ പലിശ = 255 രൂപയ്ക്കു് 1 മാസത്തെ പലിശ.

4. July 20–ാംനു-ലത്തെ കണക്കിൽ 85+265+150 =500 രൂപ.

   July 20 മുതൽ Octo. 20–വരെ 3 മാസത്തേക്കു്

500 രൂപയുടെ പലിശ = 500×3 രൂപയുടെ 1 മാസത്തെ പലിശ = 1500 രൂപയുടെ 1 മാസത്തെ പലിശ

5. Octo. 20-ാംനു-ലത്തെ കണക്കിൽ ഉള്ള തുക 500+260രൂ. =760രൂ.
Nov. 1-ാംനു- 400 രൂപ പിൻവലിച്ചതിനാൽ Dec. 20-നു-വരെയുള്ള 2 മാസത്തെ പലിശ കണക്കാക്കുമ്പോൾ മുതലായി 760−400 രൂ. =360 രൂപ മാത്രമേ എടുക്കുകയുള്ളൂ. 360 രൂപയുടെ 2 മാസത്തെ പലിശ=720 രൂപയുടെ 1 മാസത്തെ പലിശ.

അങ്ങിനെ 150	രൂപയുടെ	1 മാസത്തെ പലിശ	+
770	,,	,,	+
255	,,	,,	+
1500	,,	,,	+
720	,,	,,	
3395	,,	,,	

$$=3395 \times \frac{2\frac{3}{4}}{100} \times \frac{1}{12}$$ രൂ. = 7 രൂ. 78 ന.പ.

Note : (1) Feb. 20-ാം തീയതി 285 രൂപ കൂടി കണക്കിലുണ്ടെങ്കിലും ആ തുക 19-ാം തീയതി മാത്രം നിക്ഷേപിച്ചതാകയാൽ ആ മാസത്തെ പലിശ കണക്കാക്കുന്നില്ല.

(2) July 3, 18 ഈ തീയതികളിൽ നിക്ഷേപമുണ്ടെങ്കിലും ആ തുകകൾക്ക് July 20-ാം തീയതി മുതലേ പലിശ കണക്കാക്കൂ.

(3) Octo. 20-ാം തീയതി കണക്കിൽ 760 രൂപ ഉണ്ടെങ്കിലും Nov. 1-ാം തീയതി 400 രൂ. പിൻവലിച്ചതിനാൽ 360 രൂപയുടെ പലിശയേ Oct. 20-ാം തീയതി മുതൽ കണക്കാക്കുന്നുള്ളൂ. അങ്ങിനെ ബാങ്കിന്റെ താൽപര്യം കണക്കിലെടുത്തുകൊണ്ടായിരിക്കും പലിശ കണക്കാക്കുന്നത്.

Exercise 18

1. 8% പലിശ കൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ പ്രതിമാസം 20-ാംന്‌ യുള്ള തുകയിൽ പലിശ കണക്കാക്കുന്ന വ്യവസ്ഥയിൽ താഴെ കാണുന്ന ഇടപാടുകൾ നടക്കുന്നു. Dec. അവസാനത്തിൽ കണക്കിൽ എന്തു തുക കാണും ?

Dec. അവസാനത്തെ	നീക്കിയിരിപ്പ്	640 രൂ.
Feb. 19	നിക്ഷേപം	125 ,,
April 23	പിൻവലിച്ചതു്	380 ,,
May 3	നിക്ഷേപം	360 ,,
Nov: 19	,,	500 ,,

2. 4% പലിശ കൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ പ്രതിമാസം 20-ാംനുയിലുള്ള തുകയിൽ പലിശ കണക്കാക്കുന്ന വ്യവസ്ഥയിൽ താഴെ കാണുന്ന ഇടപാടു നടന്നാൽ Dec. അവസാനത്തിൽ കണക്കാക്കുന്ന പലിശ എന്തു് ?

Dec. അവസാനം	നീക്കിയിരിപ്പ്	500 രൂ.
April 20	നിക്ഷേപം	300 ,,
June 17	പിൻവലിച്ചതു്	150 ,,
Octo. 20	നിക്ഷേപം	356 ,,
Nov. 4	,,	280 ,,

3. ഒരു S. B. കണക്കിലെ വിവരം താഴെക്കാണാം.

16-1-1960-ൽ നീക്കി ഇരിപ്പ്	250 രൂ.
31-3-1960-ൽ നിക്ഷേപം	150 ,,
20-7-1960 ൽ പിൻവലിച്ചതു്	100 ,,
25-10-1960-ൽ നിക്ഷേപം	175 ,,

മാസംതോറും 15-ാംനു- നിൽപ്പുള്ള സംഖ്യക്കു് 5% പലിശ കണക്കാക്കുന്നു. ആണ്ടവസാനത്തിൽ കണക്കിലുള്ള തുകയെന്തു് ?

4. നിക്ഷേപങ്ങൾക്കു് $2\frac{1}{2}$% പലിശ കൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ ഒരാൾ 1962 ജനുവരി 5-ാംനു- 200 രൂ. നിക്ഷേപിച്ചു് ഒരു S. B. a/c തുടങ്ങുന്നു. മാർച്ചു് 5-ാംനു- 250 രൂ. നിക്ഷേപിക്കുന്നു. ജൂലൈ 15-ാംനു- 150 രൂ. പിൻവലിക്കുന്നു. മാസംതോറും 4-ാംനു- നിൽപ്പുള്ള തുകയിലാണു് പലിശ കണക്കാക്കുന്നതെങ്കിൽ 1962-ാമാണ്ടു് അവസാനത്തിൽ ആ കണക്കിൽ എന്തു തുക കാണും ?

5. ഒരു S. B. കണക്കിലെ വിവരം താഴെ ചേർക്കുന്നു. പ്രതിവർഷം മാർച്ചു് അവസാനത്തിൽ പലിശ കണക്കാക്കുന്ന വ്യവസ്ഥയാണു്. അന്നത്തെ തീയതിയിൽ കണക്കിൽ എന്തു തുക കാണും ? പ്രതിമാസം 20-ാം തീയതിയുള്ള തുകയിൽ പലിശ കണക്കാക്കും. 3 % ആണു് പലിശ.

1961 June 7 നിക്ഷേപം 400 രൂ. കണക്കാരംഭിക്കുന്നു.
Sept. 18 ,, 175 ,,
Oct. 20 പിൻവലിച്ചതു് 200 ,,
1962 Feb. 6 നിക്ഷേപം 100 ,,

അദ്ധ്യായം 7

കൂട്ടുപലിശ

(Compound Interest)

ഒരാൾ 100 രൂപ 10% പലിശ തരുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. ഒരു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ അയാൾക്കു് പലിശ ഇനത്തിൽ 10 രൂപ കിട്ടും. ആ തുക അയാൾ വാങ്ങുന്നില്ലെങ്കിൽ ആ തുകയുംകൂടി മുത

വിനോട്ട ചേർത്തു് കണക്കിൽ 110 രൂപ എന്നു കുറിക്കുന്നു. അടുത്ത വർഷത്തെ പലിശ കണക്കാക്കുന്നതു് 100 രൂപയ്ക്കു് അല്ല; 110 രൂപയ്ക്കു് ആയിരിക്കും. അതിനാൽ രണ്ടാമത്തെ വർഷത്തെ പലിശ 110 രൂപയ്ക്കു് 10% വച്ചു് 11 രൂപ ആയിരിക്കും. സാധാരണ പലിശ ക്രമത്തിനു് രണ്ടാമത്തെ വർഷവും 10 രൂപ പലിശ ലഭിച്ചാൽ മതി. 11 രൂപ പലിശ കിട്ടിയതു് രണ്ടാമത്തെ വർഷത്തെ മുതലിൽ കൂടുതലുള്ള 10 രൂപയുടെ 10 % പലിശകൂടി ലഭിച്ചതിനാലാണു്. ഈ രീതിയിൽ ഓരോ ഗഡുവിലും കിട്ടുന്ന പലിശ മുതലിനോട്ടു് ചേർത്തു് ആ പലിശയ്ക്കും കൂടി പലിശ കണക്കാക്കുന്ന സമ്പ്രദായത്തിനാണു് കൂട്ടുപലിശ (Compound Interest) ക്രമം എന്നു പറയുന്നതു്.

നമുക്കു് 550 രൂപായ്ക്കു് 8% ക്രമത്തിനു് 2 വഷത്തേയ്ക്കുള്ള കൂട്ടുപലിശ കാണുന്നതെങ്ങനെ എന്നു നോക്കാം.

8% ക്രമത്തിൽ 550 രൂപയുടെ 1 വഷത്തെ പലിശ $= 550 \times \frac{8}{100}$ രൂ.

$= \frac{4400}{100} = 44$ രൂ.

1-ാം വർഷാവസാനത്തെ തുക $= 550 + 44$ രൂ.

$= 594$ രൂ.

2-ാം വർഷത്തെ പലിശ $= \frac{594 \times 8}{100}$ രൂ.

$= \frac{4752}{100}$ രൂ.

$= 47.52$ രൂ.

2-ാം വർഷാവസാനത്തെ തുക $= 594 + 47.52$ രൂ.

$= 641.52$ രൂ.

മുതൽ $= 550.00$ രൂ.

$\therefore$ കൂട്ടുപലിശ $= 91.52$ രൂ.

$= 91$ രൂ. 52 ന.പ.

മേൽ വിവരിച്ച ക്രിയയിൽ പലിശ കാണ്മവാൻ 550 രൂപയെ $\frac{8}{100}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു. $\frac{8}{100}$ എന്നതു് 0.08 ആണ്ട്. അപ്പോരം $\frac{8}{100}$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കുന്നതിനു പകരം .08 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതി. 550 നെ .08 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുവാൻ 550 നെ 8 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു് കിട്ടുന്ന അക്കങ്ങരം രണ്ടു ഡസിമൽ സ്ഥാനം വലത്തോട്ടു മാററിയിട്ടാൽ മതിയെന്നു കാണാം.

131 രൂപയ്ക്കു് 6 % നിരക്കിലുള്ള ഒരു വർഷത്തെ പലിശ കാണ്മവാൻ 131 നെ .06 കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം. 6 × 1 = 6 എന്നതു് രണ്ടാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തിടുക. 6 × 3 = 18 ൽ 8 അതിനടുത്തായി ഇടുക; ഇങ്ങനെ ക്രിയ പൂത്തിയാക്കണം. അപ്പോരം 7.86 എന്നു കിട്ടും. ഇപ്രകാരമുള്ള ക്രിയ ഉറസ്സുവാൻ താഴെ തരുന്ന ഉദാഹരണം ശ്രദ്ധിക്കുക. അതിനുശേഷം ലഘു ചോദ്യത്തിൽ തരുന്നതു തനിയെ ചെയ്യണം.

232 × .04 എത്ര ? 9.28 ആയിരിക്കും.

ലഘു ചോദ്യങ്ങരം

ഗുണനഫലം കാണുക :—

I. 300 × .05 ; 400 × .04 ; 600 × .08;
700 × .09 ; 800 × .06

II. 230 × .06 ; 460 × .05 ; 540 × .07;
670 × .08 ; 780 × .09

III. 132 × .02 ; 243 × .03 ; 342 × .04;
431 × .07 ; 642 × .04

IV. 436 × .05 ; 635 × .06 ; 754 × .05;
655 × .08 ; 785 × .05

V. 243 × .08 ; 476 × .09 ; 683 × .07;
763 × .06; 847 × .05

ഇനിയും 345 രൂ. 21 ന.പ. യ്ക്കു 5 % നിരക്കിൽ ഒരു വഷത്തെ പലിശ എങ്ങിനെ കാണും ? $345 \cdot 21 \times .05$ എത്ര എന്നു കണ്ടാൽ മതി.

ഗുണനക്രിയ നിർവ്വഹിക്കുമ്പോൾ ഒരു കാര്യം ഓർമ്മ കൊള്ളണം. ന.പ. യ്ക്കു ശരിയായി ഉത്തരം കണ്ടാൽ മതി. അതായതു് രണ്ടാം ഡസിമൽ സ്ഥാനംവരെ ശരിയായി കാണണം. ആയതിലേയ്ക്കു് മൂന്നാമത്തെ ഡസിമൽ സ്ഥാനം കണ്ടാൽ മതി. അതിനപ്പുറമുള്ള ഒരക്കവും കാണേണ്ടതില്ല. അതുകൊണ്ടു് മുതലിലെ രണ്ടാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തുള്ള അക്കത്തെ ഗുണിച്ചു കിട്ടുന്ന അക്കം കണ്ടു് അതിൻെറ ശിഷ്ടം മൂന്നാം ദശാംശ സ്ഥാനത്തെ അക്കം ശരിപ്പെടുത്തുവാൻ എടുക്കാം. അപ്പോൾ $5 \times 1 = 5$ എന്ന നാലാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തു വരുന്ന അക്കത്തിനു ശിഷ്ടം 1 എന്നെടുക്കാം. $5 \times 2 = 10 + 1 = 11$ ലെ 1, മൂന്നാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തിടണം. തുടൎന്നു ക്രിയചെയ്തുകൊള്ളണം. അപ്പോൾ 17·261 എന്നു കിട്ടും. അതായതു് 17 രൂ. 26 ന.പ. ആയിരിക്കും പലിശ. 5 കൊണ്ടു് ഏതു സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തെ ഗുണിക്കുന്നുവോ ആ സ്ഥാനത്തുനിന്നു രണ്ടു സ്ഥാനം വലത്തു മാറി ഗുണനഫലം ഇട്ടാണു് ക്രിയ നിർവ്വഹിക്കേണ്ടതു്. മറെറാരുദാഹരണം ശ്രദ്ധിക്കണം.

425 രൂ. 35 ന.പ. യ്ക്കു് 7 % നിരക്കിൽ ഒരു വഷത്തെ പലിശ കാണുക.

ഇതിനു് $425 \cdot 35 \times .07$ എത്ര എന്നു കാണണം.

$7 \times 5 = 35$ നു് 4 ശിഷ്ടം

7 × 3 = 21 + 4 = 25 ൽ 5 മൂന്നാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തു് ഇടണം.

7 × 5 = 35 + 2 = 37 ൽ 7 രണ്ടാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തു് ഇടണം.

7 × 2 = 14 + 3 = 17 ൽ 7 ഒന്നാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തു് ഇടണം.

7 × 4 = 28 + 1 = 29 ഇതു് ഡസിമൽ ബിന്ദുവിന്റെ ഇടത്തു ഭാഗത്തിടുക.

ഈ ക്രിയ ഉറയ്ക്കുവാൻ താഴെ കാണുന്ന ലഘു ചോദ്യ-ങ്ങളെ ചെയ്യുക.—

(1) 125·34 × ·02
(2) 243·45 × ·03
(3) 452·84 × ·06
(4) 865·69 × ·07
(5) 989·84 × ·09

ഈ രീതിയിൽ ഗുണനക്രിയ നിർവ്വഹിച്ചു് കിട്ടുഫലി ശകാണുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

ഉദാ : (1) 550 രൂപയ്ക്ക് 8 % നിരക്കിൽ 2 വർഷത്തെ കൂട്ടപലിശ എത്ര ?

മുതൽ	=550.00
8 % നിരക്കിൽ 1-ാം വർഷത്തെപലിശ	= 44.00
2-ാം വർഷത്തെ മുതൽ	=594.00
8 % നിരക്കിൽ 2-ാം വർഷത്തെ പലിശ	= 47.52
ആകെ തുക	=641.52
മുതൽ	=550.00
∴ കൂട്ടപലിശ	= 91.52
	=91 രൂ. 52 ന.പ.

(1) $8 \times 5 = 40$ എന്നതിലെ '0' 5 ന്റെ സ്ഥാനത്തുനിന്നു് വലത്തോട്ട് രണ്ടു സ്ഥാനം മാററി ഒന്നാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തിടണം.

(2) $8 \times 4 = 32$ ലെ 2, 4 ന്റെ സ്ഥാനത്തുനിന്നും രണ്ടു സ്ഥാനം വലത്തു്, രണ്ടാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തിടണം. $8 \times 9 = 72 + 3 = 75$ ലെ '5' 2 ന്റെ ഇടത്തു് ഇട്ടു് മററു് ക്രിയ നിർവ്വഹിച്ചുകൊള്ളണം.

ഉദാ : (2) 450 രൂ. 62 ന.പ.യ്ക്കു് 4 % നിരക്കിൽ 2 വർഷത്തെ കൂട്ടപലിശ എത്ര ?

മുതൽ	=450.62	
4 % നിരക്കിൽ 1-ാം വർഷത്തെ പലിശ	= 18.02	5
2-ാം വർഷത്തെ മുതൽ	=468.64	5

(1) $4 \times 2 = 8$ എന്നതു് 4-ാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തെ അക്കമാണു്. അതുകൊണ്ടു് അതിന്റെ ശിഷ്ടം 1 എന്നെടുക്കണം. (5-ൽ കൂടിയതിനാൽ)

4 % നിരക്കിൽ 2–ാം

വർഷത്തെ പലിശ	= 18.74	6
തുക	=487.39	1
മുതൽ	=450.62	
കൂട്ടപലിശ	= 36.77	
	=36 രൂ, 77 ന.പ.	

(2) $4 \times 6 = 24 + 1 = 25$ ലെ '6' മൂന്നാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തിടണം. പിന്നെ ക്രമമായി ക്രിയ നിർവ്വഹിച്ചു കൊള്ളണം.

(3) രണ്ടാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തിനപ്പുറമുള്ള അക്കം ഗുണിക്കേണ്ടതില്ല.

(4) $4 \times 4 = 16$ ന് ശിഷ്ടം 2 എന്നെടുക്കണം.

(5) $4 \times 6 = 24 + 2 = 26$ ലെ '6' മൂന്നാം ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തിട്ടിട്ട് പിന്നെ ക്രമമായി ഗുണനക്രിയ നിർവ്വഹിച്ചു കൊള്ളണം.

Exercise 19

1. കൂട്ടുപലിശ ക്രമത്തിൽ തുക കാണുക :—

	മുതൽ	കാലം	നിരക്ക്
(1)	250 രൂ.	2 വർഷം	4%
(2)	750 ,,	2 ,,	6%
(3)	800 ,,	2 ,,	5%
(4)	2500 ,,	2 ,,	4%
(5)	3750 ,,	2 ,,	8%

2. കൂട്ടുപലിശ ക്രമത്തിന് പലിശ കാണുക :—

	മുതൽ	കാലം	നിരക്ക്
(1)	2000 രൂ.	2 വർഷം	6%
(2)	5000 ,,	2 ,,	5%
(3)	3750 ,,	2 ,,	3%
(4)	3820 ,,	2 ,,	9%
(5)	6785 ,,	2 ,,	3%

3. കൂട്ടുപലിശ ക്രമത്തിനുള്ള തുകയും പലിശയും കാണുക :—

	മുതൽ	കാലം	നിരക്ക്
(1)	250·60 രൂ.	2 വർഷം	5%
(2)	460·50 ,,	2 ,,	6%
(3)	1355·50 ,,	2 ,,	5%
(4)	4650·50 ,,	2 ,,	6%
(5)	8685·75 ,,	2 ,,	4%

4. ഒരു ബാങ്കിൽനിന്ന് 6% കൂട്ടുപലിശ നിരക്കിന് 2500 രൂ. കടം എടുത്തു. രണ്ടാം വർഷാവസാനത്തിൽ എത്ര തുക കൊടുത്താൽ കടം തീരും ?

5. രണ്ടു വർഷംമുമ്പ് 9% കൂട്ടപലിശ ക്രമത്തിന് 6000 രൂപ കടം വാങ്ങി. പലിശയുൾപ്പെടെ എന്തു തുക ഇപ്പോൾ അടയ്ക്കണം ?

6. ഒരാൾ 5% കൂട്ടപലിശ കൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ 300 രൂപ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. രണ്ടാം വർഷം പലിശ 6% ആയി വർദ്ധിപ്പിച്ചാൽ രണ്ടാംവർഷാവസാനത്തിൽ പലിശയുൾപ്പെടെ എന്തു തുക ലഭിക്കും ?

7. 6% കൂട്ടപലിശ ഈടാക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽനിന്ന് ഒരാൾ 1963 ജനുവരി 1-ാം തീയതി 3500 രൂപ കടം എടുക്കുന്നു. 1964 ജനുവരി മുതൽ പലിശ ക്രമം 8% ആയി വർദ്ധിപ്പിച്ചാൽ 1964 അവസാനത്തിൽ ഇടപാടു തീർക്കുവാൻ എന്തുതുക കൊടുക്കണം ?

8. ഒരാൾ 5000 രൂ. സമ്മതിച്ച് ഒരു പുരയിടം വാങ്ങി. റൊക്കം 3500 രൂപ കൊടുക്കുന്നു. ബാക്കിസംഖ്യ രണ്ടു വർഷത്തിനുശേഷം 8% കൂട്ടപലിശ നിരക്ക് കണക്കാക്കി കൊടുത്ത് ഏർപ്പാടുതീർത്തുകൊള്ളാമെന്ന് ഏൽക്കുന്നു. ഏർപ്പാടു തീർക്കുവാൻ എന്തു തുക കൊടുക്കണം ?

9. 12000 രൂപ വിലയുള്ള ഒരു കാർ ഒരാൾ വാങ്ങി. 9000 രൂപ റൊക്കം കൊടുക്കുന്നു. ബാക്കി 9% കൂട്ടപലിശയോടുകൂടി രണ്ടു വർഷത്തിന്റെ അവസാനത്തിൽ കൊടുക്കാമെന്ന് വ്യവസ്ഥ ചെയ്താൽ ഇടപാടു തീർക്കുവാൻ എന്തുതുക കൊടുക്കണം ?

10. ഒരാൾ 850 രൂ. 6% സാധാരണ പലിശക്രമത്തിന് കടം എടുത്തു. ഉടൻതന്നെ 6% കൂട്ടപലിശ ക്രമത്തിന് കടം കൊടുത്താൽ രണ്ടാം വർഷത്തിന്റെ അവസാനത്തിൽ ഇടപാടു തീർക്കുമ്പോൾ അയാൾക്കെന്തു ലാഭംകിട്ടും ?

11. ഒരാൾ 1200 രൂപ 9% സാധാരണ പലിശ ക്രമത്തിന് രണ്ടു വർഷത്തേക്ക് കടം എടുത്തു. ഉടൻ

തന്നെ അതു് 9% കൂട്ടപ്പലിശ ക്രമത്തിനു കടം കൊടുത്താൽ രണ്ടു വർഷം കഴിഞ്ഞു് ഇടപാടുതീർക്കുമ്പോൾ അയാൾക്കു് എന്തു ലാഭം കിട്ടും ?

12. ഒരാൾ 3000 രൂപ 10% സാധാരണ പലിശയ്ക്കു് രണ്ടു വർഷം കാലാവധിക്കു് കടംവാങ്ങി ഉടൻ തന്നെ 12% കൂട്ടപ്പലിശയ്ക്കു് കടം കൊടുത്താൽ രണ്ടു വർഷത്തിന്റെ അവസാനത്തിൽ ഇടപാടു തീർക്കുമ്പോൾ അയാൾക്കു് എന്തു ലാഭം കിട്ടും ?

13. ഒരാൾ ഒരു ബാങ്കിൽനിന്നു് 4% കൂട്ടപ്പലിശ ക്രമത്തിനു് 2225 രൂപയും മറെറാരു ബാങ്കിൽനിന്നു് 6% കൂട്ടപ്പലിശ ക്രമത്തിനു് 3565 രൂപയും കടം വാങ്ങുന്നു. രണ്ടു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ രണ്ടു ബാങ്കിലെയും കടം തീർക്കുവാൻ എന്തു തുക വേണം ?

14. 8% കൂട്ടപ്പലിശ ഈടാക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽനിന്നു് ഒരാൾ 1962 ജൂൺ 1-ാം തീയതി 3000 രൂപ കടം എടുക്കുന്നു. രണ്ടു വർഷത്തിന്റെ അവസാനത്തിൽ ഒരു ഭാഗ്യക്കുറിയിൽനിന്നു് അയാൾക്കു 1000 രൂപ ലഭിക്കുന്നു. അതിന്റെ കൂടെ എന്തു തുകകൂടെ ഉണ്ടെങ്കിൽ ബാങ്കിലെ ഇടപാടു തീർക്കാം ?

15. ആണ്ടിൽ 4% കൂട്ടപ്പലിശ കിട്ടുന്ന ബാങ്കിൽ 400 രൂപയും 5% കൂട്ടപ്പലിശ കിട്ടുന്ന മറെറാരു ബാങ്കിൽ അതേ ദിവസം തന്നെ 500 രൂപയും നിക്ഷേപിക്കുന്നു. രണ്ടു വർഷത്തിന്റെ അവസാനത്തിൽ രണ്ടു ബാങ്കിലുംകൂടി അയാളുടെ കണക്കിൽ എന്തു തുക കാണും ?

16. രാമുവിനു് അച്ഛൻ കൊടുത്ത 1000 രൂപയിൽ നേർപകുതി 6% കൂട്ടപ്പലിശ കൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിലും, ബാക്കി 8% കൂട്ടപ്പലിശ കൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിലും നിക്ഷേപിച്ചാൽ രണ്ടാം വർഷാവസാനത്തിൽ രണ്ടു ബാങ്കിലുംകൂടി അയാളുടെ കണക്കിൽ എന്തു തുക ഉണ്ടായിരിക്കും ?

അദ്ധ്യായം 8

നിസ്വത (Bankruptcy)

വിശ്വനാഥൻെറ വീട്ട് പാലക്കാട്ടാണ്, അയാൾ വളരെനാൾ സിംഗപ്പൂരിൽ ഒരു എസ്റ്റേററ് സൂപ്രണ്ടായിരുന്നു. കുറെ പണം സമ്പാദിച്ച് തിരിച്ച് നാട്ടിൽ വന്ന് നല്ലനിലയിൽ ഒരു കച്ചവടം തുടങ്ങി. കച്ചവടം വളരെ അഭിവൃദ്ധിയിൽ വന്നു, മദ്രാസ് ബോംബെ, കൊച്ചി മുതലായ സ്ഥലങ്ങളിൽ നിന്ന് പല കമ്പനിക്കാരും വിശ്വനാഥന് കടമായി സാധനങ്ങൾ കൊടുക്കുവാൻ മടിച്ചില്ല. അവൎക്കു ചെല്ലേണ്ട സംഖ്യ കൃത്യമായി കാലാകാലങ്ങളിൽ അടച്ചുകൊണ്ടിരുന്നതിനാൽ വിശ്വനാഥനെപ്പററി എല്ലാവൎക്കും വളരെ മതിപ്പും വിശ്വാസവുമായി.

കുറെനാൾ ഇങ്ങനെ തുടൎന്നപ്പോഴേക്കും വിശ്വനാഥന് കഷ്ടകാലം തുടങ്ങി. വളരെപേൎക്ക് അയാൾ സാധനങ്ങൾ കടമായി കൊടുത്തുകൊണ്ടിരുന്നു. അവരിൽ പലരും വിശ്വനാഥനെപ്പോലെ കണിശക്കാരായിരുന്നില്ല. വളരെ പണം പിരിഞ്ഞു കിട്ടാതെവന്നു. അപ്പോൾ കമ്പനിക്കാൎക്ക് കൃത്യമായി പണം അടക്കുവാൻ തരപ്പെടാതെയും വന്നു. കച്ചവടം പൊളിഞ്ഞു തുടങ്ങി. അയാൾ വലിയ കടക്കാരനായി, [അങ്ങിനെയുള്ളവരെ 'അധമൎണ്ണർ' എന്നാണ് പറയുക. അവർ കടം കൊടുത്ത് തീൎക്കേണ്ടവരാണ്. കടം കൊടുത്ത കമ്പനിക്കാർ (പണം കിട്ടുവാനുള്ളവർ) അവർ 'ഉത്തമൎണ്ണർ' എന്നാണറിയപ്പെടുന്നത്.] വിശ്വനാഥൻ ഒരു അധമൎണ്ണനായി. കടം വീട്ടുവാൻ മാൎഗ്ഗമില്ലാതെ വിഷമിച്ചു. ഇങ്ങനെവരുന്ന സന്ദർഭത്തിൽ ഉത്തമൎണ്ണൎക്ക് അധമൎണ്ണരുടെ പേരിൽ കേസുകൊടുത്ത് പണം ഈടാക്കാം. അധമൎണ്ണൎക്ക് തന്നെ കോടതിയിൽ അഭയം പ്രാപിച്ച് കേസുകൊടുത്ത് കോടതിയിൽനിന്നു തന്നെ അയാളുടെ സ്വത്തും (Assets ആസ്തി) കൊടുത്തുതീൎക്കേണ്ട കടവും (Liabilities— ബാദ്ധ്യത) തിട്ടപ്പെടുത്തും.

വിശ്വനാഥൻ ഈ നടപടി ആണ സ്വീകരിച്ചത്. കോടതിയിൽനിന്നു് അയാളുടെ ആസ്തി ബാദ്ധ്യതകൾ തിട്ടപ്പെടുത്തിയപ്പോൾ ആസ്തി, ബാദ്ധ്യതയേക്കാൾ കുറവായിക്കണ്ടു. ആസ്തി 8000 രൂപയും ബാദ്ധ്യത 100000 രൂപയും ഉള്ളതായിട്ടാണു് കണ്ടതു്. അങ്ങനെ ആസ്തി, ബാദ്ധ്യതയെക്കാൾ കുറവായി വന്നാൽ മുഴുവൻ കടവും കൊടുത്തുതീക്കുവാൻ കഴിയാതെ വരുമെന്നു് തീർച്ചയല്ലേ. പിന്നെ ഉള്ള ആസ്തി കടക്കാക്കു അവരുടെ കടത്തിൻെറ ക്രമത്തിനു് വീതിച്ചുകൊടുക്കുക യാണു് പതിവു്. വിശ്വനാഥൻെറ കാര്യത്തിലും അങ്ങനെയാണ സംഭവിച്ചതു്. അപ്പോൾ കോടതിയിൽനിന്നു്, അയാളെ നിസ്വൻ ((Bankrupt) എന്നു പ്രഖ്യാപിക്കുന്നു. സാധാരണ പാപ്പരായ ആളുകളെ പ്പററി കേട്ടിരിക്കാം. പാപ്പർ ഹരജി കൊടുക്കുക എന്നു കേട്ടുകാണും. ആ കൂട്ടരാണു് നിസ്വന്മാർ. അങ്ങനെ വിശ്വനാഥനും ഒരു നിസ്വനായിത്തീർന്നു. അയാളുടെ കടം, മുതലിനെക്കാൾ അത്ര വദ്ധിച്ചിരുന്നു.

ഇങ്ങനെ വരുമ്പോൾ കോടതിയിൽ നിന്നു് ആസ്തി, ബാദ്ധ്യതകൾ നിശ്ചയിക്കുമെന്നു മുമ്പ് പറഞ്ഞുവല്ലോ. അതിനായി നിയമിക്കപ്പെടുന്ന ഉദ്യോഗസ്ഥൻ (Liquidator) എന്നാണറിയപ്പെടുന്നതു്. കോടതി സംബന്ധിച്ചുണ്ടാകുന്ന ചെലവുംകൂടി ആസ്തിയിൽനിന്നും കുറയ്ക്കും. ബാക്കി മുഴുവൻ കടക്കാർക്കായി വീതിച്ചാൽ വിശ്വനാഥനു് യാതൊന്നും ശേഷിക്കാതെ അയാൾ സമുദായത്തിനും നാടിനും ഭാരമായിത്തീരുമെന്നുള്ളതിനാൽ നിയമപരമായ മാർഗ്ഗത്തിൽക്കൂടി ഇടപാടു തീക്കുവാൻ ശ്രമിച്ചതുകൊണ്ടു് ഒരു ചെറിയഭാഗം അയാളുടെ ഉപജീവനത്തിനു് കോടതിയിൽനിന്നു് അനുവദിക്കും. ഇതെല്ലാം കഴിഞ്ഞാണു് വിശ്വനാഥൻെറ ആസ്തി 8000 രൂപയെന്നു് തിട്ടപ്പെടുത്തിയതു്. കടം 100000 രൂപ ഉണ്ടെന്നും കണ്ടു. അപ്പോൾ ഒരു രൂപയ്ക്കു് എന്തു കിട്ടും ?

$\frac{8000}{100000}$ രൂ. അഥവാ 8 ന.പ. കിട്ടും. ഈ തുകയാണു്

വീതാംശം (Dividend) എന്നു പറയുന്നതു്. അങ്ങിനെ വീതാംശം കാണ്മവാൻ ആസ്തിയെ ബാദ്ധ്യതകൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ മതിയെന്നു കാണാം.

$$\text{ഡിവിഡൻഡ്} = \frac{\text{ആസ്തി (Assets)}}{\text{ബാദ്ധ്യത (Liabilities)}}$$

അപ്പോൾ വിശ്വനാഥന്റെ കടക്കാൎക്കു് 100 രൂപ കിട്ടേണ്ടവൎക്കു് 8 രൂപാ കിട്ടും. 1360 രൂപാ കിട്ടേണ്ട വൎക്കോ? $1360 \times \frac{8}{100}$ രൂപ കിട്ടും, 108·8 രൂപ കിട്ടും.

വിശ്വനാഥൻ നിസ്വനായതുപോലെ കമ്പനികൾ, ബാങ്കുകൾ ഇവയും നിസ്വത പ്രഖ്യാപിക്കും. പാലാ സെൻട്രൽ ബാങ്കു്, നിസ്വത പ്രഖ്യാപിച്ചതു് നിങ്ങൾ കേട്ടിരിക്കും. അപ്പോൾ അവയിലെ ആസ്തി, ബാദ്ധ്യ തകൾ കോടതി മുഖാന്തിരം തിട്ടപ്പെടുത്തി കോടതി ചെലവുകൾ കഴിച്ചുള്ള ആസ്തി, ബാദ്ധ്യതക്കാൎക്കു് അവ രുടെ തുകയുടെ റേഷ്യോയിൽ വീതിച്ചുകൊടുക്കുക യാണു് പതിവു്.

അപ്പോൾ ഡിവിഡൻഡു് കാണ്മവാൻ ആദ്യം ചില വുകൾ എല്ലാം കഴിഞ്ഞു് കടക്കാൎക്കു വീതിക്കുവാനുള്ള ആസ്തി നിശ്ചയിക്കും. പിന്നീടു് ബാദ്ധ്യത തിട്ടപ്പെ ടുത്തും. വീതിക്കുവാൻ ലഭിക്കുന്ന ആസ്തിയെ ബാദ്ധ്യത കൊണ്ടു് ഭാഗിക്കും. കിട്ടുന്നതു് രൂപയുടെ ഭിന്നമായി രിക്കും. ആ ഭിന്നത്തിനെ 100 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു് ഡിവിഡൻഡു് ഇത്ര ന. പ. ആണെന്നു് കണ്ടുകൊ ള്ളണം.

ഉദാ: (1) ഒരു നിസ്വനു് തന്റെ കടക്കാൎക്കു് വീതി ക്കുവാൻ 2200 രൂപാ ആസ്തി ഉണ്ടു്. ബാദ്ധ്യത 5500 രൂപ ആണെങ്കിൽ ഡിവിഡൻഡു് എത്ര ?

ഡിവിഡൻഡ് $= \frac{\text{ആസ്തി}}{\text{ബാദ്ധ്യത}}$

$= \frac{2200}{5500} = \frac{2}{5}$ രൂ. $= \frac{2}{5} \times 100$ ന. പ.

$= 40$ ന.പ.

ഉദാ: (2) ഒരു നിസ്വന്റെ ആസ്തി 4500 രൂപയും ബാദ്ധ്യത 7500 രൂപയും ആണ്. 5000 രൂപാ കിട്ടേണ്ട ആളിന് എന്തു കിട്ടും ?

ഡിവിഡൻഡ് $= \frac{\text{ആസ്തി}}{\text{ബാദ്ധ്യത}} = \frac{4500}{7500}$ രൂ.

$= \frac{3}{5}$ രൂ.

5000 രൂപ കിട്ടുവാനുള്ള ആളിന് കിട്ടുന്ന സംഖ്യ $= 5000 \times \frac{3}{5}$ രൂ.

$= 3000$ രൂ.

ഉദാ: (3) ഒരു നിസ്വനു് തന്റെ കടക്കാർക്ക് വീതിക്കുവാൻ 6880 രൂപയുടെ ആസ്തി ഉണ്ട്. അയാളുടെ ബാദ്ധ്യത 8600 രൂപ ആയാൽ ആയാളിൽനിന്നു് 3600 രൂപ കിട്ടുവാനുള്ള ഒരാൾക്ക് എന്തു തുക നഷ്ടപ്പെടും ?

ഡിവിഡൻഡ് $= \frac{6880}{8600} = \frac{4}{5}$ രൂ.

ഒരു രൂപയിൽ നഷ്ടപ്പെടുന്നതു് $= 1 - \frac{4}{5}$ രൂ. $= \frac{1}{5}$ രൂ.

8600 രൂപയിൽ നഷ്ടപ്പെടുന്നതു് $= 3600 \times \frac{1}{5}$ രൂ.

$= 720$ രൂ.

Exercise 20

1. ഏതാനും നിസ്വന്മാരുടെ കടക്കാർക്ക് വീതിക്കുവാൻ ലഭിക്കുന്ന ആസ്തിയും അവരുടെ കടവും ചുവടെ കാണാം. ഡിവിഡൻഡ് നിശ്ചയിക്കുക.

	ആസ്തി	ബാദ്ധ്യത
(1)	960 രൂ.	1200 രൂ.
(2)	940 ,,	2350 ,,
(3)	1092 ,,	3640 ,,
(4)	4104 ,,	6840 ,,
(5)	5852 ,,	8360 ,,
(6)	1947 ,,	9735 ,,
(7)	3470 ,,	8675 ,,
(8)	4375 ,,	12500 ,,
(9)	7128 ,,	15840 ,,
(10)	16003 ,,	24620 ,,

2. ഒരു നിസ്വൻെറ ആസ്തി 6600 രൂപയും അയാളുടെ കടം 15650 രൂ. 50 ന.പ. യും ആണ്. ആസ്തിയിൽ 339 രൂ. 20 ന.പ. കോടതി ചെലവ് മുതലായവക്ക് ചെലവായി. കടക്കാർക്കു ലഭിക്കുന്ന ഡിവിഡൻഡ് എന്താണ് ?

3. ഒരു നിസ്വൻെറ കടം 18750 രൂ. 60 ന.പ. യും അയാളുടെ ആകെ സ്വത്ത് 15000 രൂപയും ആണ്. അതിൽനിന്ന് അയാളുടെ ഉപജീവനത്തിന്നും കോടതിച്ചെലവ് മുതലായവക്കും കൂടി 11249 രൂ. 88 ന.പ. ചെലവാകുന്നെങ്കിൽ കടക്കാർക്ക് ലഭിക്കുന്ന ഡിവിഡൻഡ് എന്തായിരിക്കും ?

4. കടക്കാർക്കായി വീതിക്കുവാൻ 9963 രൂ. ആസ്തിയുള്ള ഒരു നിസ്വൻ അയാളുടെ മൂന്നു കടക്കാർക്കു

8000 രൂ., 3505 രൂ., 5000 രൂപ എന്നിങ്ങനെ കൊടുക്കുവാനുണ്ടെങ്കിൽ അവക്ക് എന്തുതുകവീതം ഡിവിഡൻറായി ലഭിക്കും ?

5. ഒരു നിസ്വൻെറ ആകെ കടം 15400 രൂപയാണ്. അയാളുടെ ആസ്തി, പുരയിടം വിററുകിട്ടിയ 6950 രൂപയും അയാൾക്കു കിട്ടുവാനുണ്ടായിരുന്ന തുകകളിൽനിന്നും ഈടാക്കിയെടുത്ത 3050 രൂപയും ആണ്. അതിലേക്ക് 3070 രൂപാ ചെലവാക്കേണ്ടിവന്നുവെങ്കിൽ ഡിവിഡൻഡ് എന്തായിരിക്കും ?

6. ഒരു നിസ്വൻെറ കടം തിട്ടപ്പെടുത്തിയപ്പോൾ ഒരിനത്തിൽ 5050 രൂപയും മറെറാരിനത്തിൽ 10500 രൂപയും മൂന്നാമതൊരിനത്തിൽ 14700 രൂപയും ഉണ്ടെന്നു കണ്ടു. അയാളുടെ ആകെ സ്വത്ത് 10000 രൂപയാണ്. അതിൽ ചെലവുകൾക്കായി 3925 രൂപാ വേണ്ടിവന്നെങ്കിൽ കടക്കാർക്ക് കിട്ടുന്ന ഡിവിഡൻഡ് എന്തായിരിക്കും ?

7. ഒരു നിസ്വൻെറ കടം 5560 രൂപയും കടക്കാർക്കു വീതിക്കുവാനുള്ള ആസ്തി 5992 രൂപയും ആണ്. അയാളിൽനിന്നു 1230 രൂ. കിട്ടുവാനുള്ള ഒരു ഉത്തമർണ്ണന് എന്തു തുക കിട്ടും ?

8. 7830 രൂ. കടമുള്ള ഒരു നിസ്വൻെറ ആസ്തി തിട്ടപ്പെടുത്തിയപ്പോൾ കടക്കാർക്ക് വീതിക്കത്തക്കവണ്ണം 3132 രൂപ ഉണ്ടെന്നുകണ്ടു. അയാളിൽ നിന്ന് 845 രൂപാ കിട്ടുവാനുള്ള ഉത്തമർണ്ണന് എന്തു തുക കിട്ടും ?

9. 8632 രൂ. 50 ന.പ. കടം ഉള്ള ഒരു നിസ്വൻെറ ആസ്തി തിട്ടപ്പെടുത്തിയപ്പോൾ കടക്കാർക്ക് വീതിക്കത്തക്കവണ്ണം 5175 രൂ. 50 ന.പ. ഉണ്ടെന്നു കാണുന്നു. അയാളിൽനിന്ന് 1265 രൂപാ ലഭിക്കേണ്ട ഒരുത്തമർണ്ണന് എന്തു തുക ലഭിക്കും ?

10. കടക്കാർക്കായി വീതിക്കത്തക്കവണ്ണം 2100 രൂപ ആസ്തിയുള്ള ഒരു നിസ്വന് 84000 രൂപ് കടമുണ്ടെങ്കിൽ അയാളിൽനിന്നു 8420 രൂപ കിട്ടുവാനുള്ള ഒരു ഉത്തമർണ്ണന് എന്തു് തുക നഷ്ടപ്പെടും ?
11. 12300 രൂപ കടമുള്ള ഒരു നിസ്വന് കടക്കാർക്ക് വീതിക്കുവാൻ 6765 രൂപ ആസ്തി ഉണ്ടെങ്കിൽ അയാളിൽനിന്നു് 1500 രൂപ കിട്ടുവാനുള്ള ഉത്തമർണ്ണന് എന്തു തുക നഷ്ടപ്പെടും ?
12. ഒരു നിസ്വൻെറ ആസ്തി 12560 രൂപയും കടം 15700 രൂപയും ആണു്. ആസ്തിയുടെ 25 % അയാളുടെ ഉപജീവനത്തിനും 10 % കോടതി ച്ചെലവുകൾക്കും ആയാൽ അയാൾ 3400 രൂപ കൊടുക്കേണ്ട ഒരു ഉത്തമർണ്ണന് എന്തുതുക കിട്ടും ? 6350 രൂപ കൊടുക്കേണ്ടുന്ന ഉത്തമർണ്ണന് എന്തു നഷ്ടപ്പെടും ?
13. ഒരു നിസ്വന് മൂന്നുപേർക്കായി 9000 രൂപ കൊടുത്തുതീർക്കുവാനുള്ള കടം ഉണ്ടു്. കടക്കാർക്കു വീതിക്കുന്നതിന് തിട്ടപ്പെടുത്തിയ ആസ്തി 6750 രൂപയാണു്. രണ്ടുപേരുടെ കടത്തിൻെറ തുക യഥാക്രമം 3750 രൂ., 1750 രൂ. ആണെങ്കിൽ ഓരോരുത്തർക്കും എന്തു തുക കിട്ടും ? മൂന്നാമന് എന്തു തുക നഷ്ടപ്പെടും ?

അദ്ധ്യായം 9

റേഷ്യോ (Ratio)

ഒരു വിദ്യാലയത്തിൽ Std. VII A ഡിവിഷനിൽ 24 ആൺകുട്ടികളും 12 പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ടു്. ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും സംഖ്യ താരതമ്യപ്പെടുത്താൻ പറഞ്ഞാൽ നിങ്ങൾ എന്തു ചെയ്യും ? ചിലർ പറയും പെൺകുട്ടികളെക്കാൾ 12 എണ്ണം കൂടുതൽ ആൺകുട്ടികൾ ഉണ്ടെന്നു്. അല്ലെങ്കിൽ ആൺകുട്ടികളെക്കാൾ 12 എണ്ണം കുറവാണു് പെൺകുട്ടികൾ

എന്നു്, മററു ചിലർ പറയും പെൺകുട്ടികളുടെ ഇരട്ടി ആൺകുട്ടികൾ എന്നോ ആൺകുട്ടികളുടെ പകുതി പെൺകുട്ടികളെന്നോ. ആദ്യത്തെ രീതിയിൽ വ്യവകലനം നടത്തിയപ്പോൾ രണ്ടാമത്തെ രീതിയിൽ എന്തു ക്രിയ നിവ്വഹിച്ചു? $24 \div 12 = 2$ അല്ലെങ്കിൽ $12 \div 24 = \frac{1}{2}$ അഥവാ ഹരണക്രിയയാണു നിവ്വഹിച്ചതു്.

ഈ രണ്ടാമത്തെ രീതി നമുക്കൊന്നു് പരിശോധിക്കാം. 24, 12 ഈ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കാണുവാൻ $24 \div 12$ കണ്ടു. അതുപോലെ 3, 5 ഇവയുടെ ബന്ധം $3 \div 5$ എന്നായിരിക്കും. ഇങ്ങനെ രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഹരണംകൊണ്ടു് കാണിക്കുന്നതിനു് റേഷ്യോ (Ratio) എന്നാണു് പറയുന്നതു്. 6, 7 ഇവയുടെ ബന്ധം $6 \div 7$ ആണു്. ഇതു് റേഷ്യോ ആയി എഴുതുമ്പോൾ $\div$ ചിഹ്നത്തിൻെറ വരയിടാതെ 6 : 7 എന്നു മാത്രമാണു് എഴുതുന്നതു്. വായിക്കുന്നതു് 6 is to 7 എന്നും 6 : 7 എന്നതു് 6, 7 ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കാണിക്കുകയാണു്. അതു് $\frac{6}{7}$ ആണു്. അപ്പോൾ 1, 2 ഇവ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ 1 : 2 ആണു്. 1, 2 ൻെറ $\frac{1}{2}$ ഉം, 2, 1 ൻെറ $\frac{2}{1}$ ഉം ആയിരിക്കും. 4, 12 ഇവയുടെ റേഷ്യോ $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ആയിരിക്കും. അതായതു് 4 : 12 എന്നതു്, 1 : 3 ആയിരിക്കുമെന്നത്ഥം. അതിൽനിന്നു് നമുക്കു് എന്തു മനസ്സിലാക്കാം? ഒരു റേഷ്യോയിലെ രണ്ടു സംഖ്യകളെ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടു് ഹരിക്കുകയോ ഗുണിക്കുകയോ ചെയ്താൽ വ്യത്യാസം വരുന്നില്ല. 20 : 24 എന്നതു്. രണ്ടു സംഖ്യകളേയും 4 കൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ 5 : 6 എന്നാകും. 1 : 2 എന്നതിൽ രണ്ടു സംഖ്യകളേയും 10 കൊണ്ടു് ഗുണിച്ചാൽ 10 : 20 എന്നാകും. 12 കൊണ്ടു് ഗുണിച്ചാൽ 12 : 24 എന്നും ആകും. റേഷ്യോയ്ക്കു് വ്യത്യാസം ഭവിക്കുന്നില്ല.

8 പുസ്തകവും 4 രൂപയും തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ എന്താണു്? 8 പുസ്തകം $\div$ 4 രൂപ എന്നെഴുതാം. 8 പുസ്തക

ത്തിൽ എത്ര 4 രൂ. അടങ്ങിയിരിക്കുന്നു എന്നു കാണാമോ? ഇതു വെറും അസംബന്ധമാണ്. അതു കൊണ്ട് റേഷ്യോ ഒരേ ഇനത്തിലുള്ള സംഖ്യകൾ തമ്മിലേ സാധിക്കൂ. രൂപയാണെങ്കിൽ രണ്ടും രൂപ, പുസ്തകം ആണെങ്കിൽ രണ്ടും പുസ്തകം.

80 ന.പ.യും 2 രൂപയും തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ $\frac{80 \text{ ന.പ.}}{2 \text{ രൂ.}}$ എന്നായിരിക്കും. അതു് ശരിയായി പറഞ്ഞാൽ $\frac{80 \text{ ന.പ.}}{200 \text{ ന.പ.}}$ എന്നേ എഴുതാവൂ. രണ്ടും നാണയം ആകയാൽ റേഷ്യോ സാദ്ധ്യമാണെങ്കിലും രണ്ടും ഒരേ തരത്തിലുള്ള നാണയം ആണെങ്കിൽ മാത്രമേ താരതമ്യം സാദ്ധ്യമാകൂ. അപ്പോൾ 80 ന.പ.യും 2 രൂപയും തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ 80 : 200 ആയിരിക്കും.

[കുറിപ്പ് :—(1) റേഷ്യോ എപ്പോഴും സാധാരണഭിന്നം പോലെ കേവലസംഖ്യയാണ്. വിശേഷസംഖ്യയല്ല. 25 രൂ. 45 രൂ ഇവ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ 25 രൂ. : 45 രൂ. എന്ന വിശേഷ സംഖ്യകളല്ല. പിന്നയോ 25 : 45 എന്ന കേവല സംഖ്യകളാണ്,

(2) ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ അംശഛേദങ്ങളെ ഒരേസംഖ്യ കൊണ്ട് ഹരിച്ച് ചെറുതാക്കുന്നതുപോലെതന്നെ 25 : 45 നെ 5 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് 5 : 9 എന്നാക്കാവുന്നതാണ്.]

A, B ഇവ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ 6 : 5 എന്നു പറഞ്ഞാൽ അതിൽനിന്നു്,

1. A, B യേക്കാൾ വലുതാണ്,
2. A, 6 ആയാൽ B, 5 ആയിരിക്കും,
3. A യുടെ $\frac{5}{6}$ ഭാഗമായിരിക്കും B,
4. B യുടെ $\frac{6}{5}$ ഭാഗമായിരിക്കും A.

ഈ വസ്തുതകൾ അനുമാനിക്കാൻ കഴിയും.

'റേഷ്യോ' ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ രൂപഭേദം മാത്രമായി കരുതി ക്രിയ നിർവ്വഹിച്ചാൽ മതി. $3 : 5 = \frac{3}{5}$; $4 : 7 = \frac{4}{7}$ എന്നിങ്ങനെ.

റേഷ്യോ ചെറുതാക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

ഉദാ :—(1) $45 : 60 = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} = 3 : 4.$

(2) $\frac{2}{5} : \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{2}{3} = 2 : 3.$

(3) $1\frac{1}{3} : 2\frac{3}{4} = \frac{4}{3} : \frac{11}{4} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{11} = \frac{16}{33} = 16 : 33.$

(4) 80 ന.പ. : 3 രൂ. $= 80 : 300 = \frac{80}{300}$

$= \frac{4}{15} = 4 : 15.$

(5) 1 ക്വിൻറൽ : 70 കി. ഗ്രാം = 100 കി. ഗ്രാം : 70 കി. ഗ്രാം = 10 : 7.

(6) $1{\cdot}35 : 3{\cdot}15 = 135 : 315 = 3 : 7.$

Exercise 21

1. താഴെക്കാണുന്ന റേഷ്യോ ചെറുതാക്കി എഴുതുക:–

(1) 9 : 15, 8 : 12, 9 : 6, 12 : 15, 15 : 20.

(2) 20 : 30, 30 : 45, 16 : 24, 49 : 56, 121 : 132

(3) $2\frac{1}{2} : 5$, $1\frac{1}{2} : 3$, $3\frac{1}{2} : 5$, $4\frac{1}{2} : 6$, $7\frac{1}{2} : 8$

(4) $\frac{2}{3} : \frac{5}{3}$, $\frac{5}{8} : \frac{3}{8}$, $\frac{7}{10} : \frac{9}{10}$, $\frac{5}{9} : \frac{11}{9}$. $\frac{5}{4} : \frac{7}{4}$

(5) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$, $\frac{2}{3} : \frac{2}{5}$, $\frac{3}{8} : \frac{4}{7}$, $\frac{5}{6} : \frac{3}{4}$, $\frac{4}{7} : \frac{6}{5}$

(6) $1\frac{1}{3} : 2\frac{1}{3}$, $3\frac{1}{4} : 4\frac{1}{4}$, $5\frac{2}{5} : 8\frac{3}{5}$, $6\frac{2}{7} : 8\frac{3}{7}$, $12\frac{1}{8} : 15\frac{3}{8}$

(7) $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{3} : 6\frac{4}{5}$, $4\frac{3}{4} : 6\frac{1}{3}$, $9\frac{2}{7} : 5\frac{3}{5}$, $12\frac{1}{6} : 10\frac{3}{5}$

(8) 3·5 : 2·3, 5·6 : 2·1, 1·6 : 4·5, 8·5 : 1·7, 6·8 : 2·5, 2·04 : 3·6

2. താഴെ കാണുന്ന റേഷ്യോക്കു് തുല്യമായ 3 റേഷ്യോ വീതം എഴുതുക.—

3 : 5, 4 : 7, 8 : 9, 12 : 17, 15 : 19.

3. കാളം I ൽ കുറേ റേഷ്യോ കാണാം. അവയ്ക്കു് തുല്യമായ റേഷ്യോ ക്രമം തെററിച്ചു് കാളം II ൽ എഴുതിയിരിക്കുന്നു. ചേരുംപടി ചേർത്തെഴുതുക.

I	II
7 : 5	4 : 5
6 : 7	21 : 9
7 : 3	4 : 7
12 : 15	30 : 35
20 : 35	21 : 15

4. സോമനു് കണക്കിനു് $\frac{35}{50}$, രാമുവിനു് $\frac{42}{50}$ മാർക്കുവീതം കിട്ടി. അവരുടെ മാർക്കിന്റെ റേഷ്യോ എന്തു്?

5. രാധയുടെ അച്ഛനു് മാസം 365 രു. ശമ്പളം ഉണ്ടു്. ലീലയുടെ അച്ഛന്റെ മാസശമ്പളം 435 രൂപയാണു്. ഇവരുടെ ശമ്പളം ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

6. ചങ്ങനാശ്ശേരിയിൽനിന്നു് എറണാകുളത്തേക്കുള്ള റെയിൽവേ ചാർജ്ജു് 1 രു. 70 ന.പ. യും ഫാസ്റ്റു് പാസ്സഞ്ചർ ചാർജ്ജു് 3 രു. 60 ന.പ. യും ആയാൽ രണ്ടു ചാർജ്ജും ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

7. ഒരു നിസ്വന്റെ സ്വത്തു് 12,600 രൂപയും കടം 16,500 രൂപയും ആയാൽ സ്വത്തും കടവും ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

8. ഒരു വിദ്യാലയത്തിൽ 850 ആൺകുട്ടികളും 765 പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ടെങ്കിൽ ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണവും പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണവും ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

9. കേരളത്തിലെ ജനസംഖ്യ കഴിഞ്ഞ സെൻസസു് പ്രകാരം 169 ലക്ഷം. റഷ്യയിലെ ജനസംഖ്യ 21 കോടി. U.S.A. യിൽ 15 കോടി എന്നാൽ

(1) കേരളത്തിലെ ജനസംഖ്യയും റഷ്യയിലെ ജനസംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ എന്തു് ?

(2) റഷ്യയിലെ ജനസംഖ്യയും U.S.A. യിലെ ജനസംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ എന്തു് ?

10. ഒരു ഫുട്ട്ബോൾ ഫീൽഡിൻെറ നീളം 108 മീററും വീതി 72 മീറ്ററും ആണെങ്കിൽ നീളവും വീതിയും ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

11. രണ്ടു സമചതുരങ്ങളുടെ വശം 12 സെ.മീ., 15 സെ.മീ. എന്നിങ്ങനെയാണ്. അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണം ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

12. 50 ഇഡ്ഡലി ഉണ്ടാക്കുവാൻ 1 കി.ഗ്രാം അരിയും $\frac{3}{8}$ കി.ഗ്രാം ഉഴുന്നും വേണം. അരിയും ഉഴുന്നും ഏതു റേഷ്യോയിൽ ? 400 ഇഡ്ഡലിക്കു് വേണ്ട അരിയും ഉഴുന്നും എത്ര ?

13. രണ്ടു് ആംഗിളിൻെറ അളവു് 150°, 165° വീതമാണ്. അവയുടെ റേഷ്യോ എന്തു് ?

14. ജോൺസൻെറ പ്രതിമാസ ശമ്പളമായ 357 രൂപയിൽ 45 രൂപ മിച്ചം വയ്ക്കുന്നു. ജോൺസൻെറ വരവും മിച്ചവും ഏതു റേഷ്യോയിൽ ? വരവും ചിലവും ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

15. ഐസ്ക്രീം ഉണ്ടാക്കുവാൻ $\frac{3}{4}$ കപ്പു് പഞ്ചസാരയും 2 കപ്പു് ക്രീമും വേണം. പഞ്ചസാരയും ക്രീമും ഏതു റേഷ്യോയിൽ ? പഞ്ചസാര ക്രീമിൻെറ എത്രഭാഗം ? ക്രീം പഞ്ചസാരയുടെ എത്ര മടങ്ങു് ?

16. 7-ാം സ്റ്റാൻഡാർഡിൽ ഏററവും പ്രായം കുറഞ്ഞ കുട്ടി പ്രേമയും ഏററവും പ്രായംകൂടിയ കുട്ടി ലീലയും ആണ്. പ്രേമയ്ക്കു് 12 വർഷം 3 മാസം പ്രായവും ലീലക്കു് 18 വർഷം 8 മാസം പ്രായവുമുണ്ടെങ്കിൽ അവരുടെ വയസ്സു് ഏതു റേഷ്യോയിൽ ? പ്രേമയുടെ പ്രായം ലീലയുടെ പ്രായത്തിൻെറ എത്ര ഭാഗം ? ലീലയുടെ പ്രായം പ്രേമയുടെ പ്രായത്തിൻെറ എത്ര മടങ്ങു് ?

17. പ്രീതയ്ക്കു് 58 ന.പ. വിഷുക്കൈനീട്ടം കിട്ടി. അവളുടെ സഹോദരൻ രമണന്നു് 4 രൂ. 13 ന.പ. യും കിട്ടി. പ്രീതയുടെ തുക രമണന്റെ തുകയുടെ ഏത്ര ഭാഗം ? രമണന്റെ തുക പ്രീതയുടേതിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണു് ?

18. 15 കി.ഗ്രാം ചെമ്പും $3\frac{1}{2}$ കി.ഗ്രാം വെളുത്തീയവും ചേർത്തു് ഒരു ഓട്ടുപാത്രം ഉണ്ടാക്കി. ചെമ്പും വെളുത്തീയവും ഏതു റേഷ്യോയിൽ? ചെമ്പു് വെളുത്തീയത്തിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണു്? വെളുത്തീയം ചെമ്പിന്റെ എത്ര ഭാഗം ?

14 കാററു് സ്വർണ്ണം എന്നു് നിങ്ങൾ കേട്ടിരിക്കും. അതിൽ 14 ഭാഗം തങ്കവും 7 ഭാഗം ചെമ്പും 3 ഭാഗം വെള്ളിയും ചേരും. അപ്പോൾ തങ്കം, ചെമ്പു്, വെള്ളി ഈ മൂന്നു ലോഹങ്ങളും 14 : 7 : 3 എന്ന റേഷ്യോയിലാണു് ചേർക്കേണ്ടതു്. അതുപോലെ 5 രൂപാ വിലയുള്ള ഒരു സാധനം 8 രൂപാ പരസ്യവില യിട്ടു് 6 രൂപയ്ക്കു് വിററാൽ വാങ്ങിയ വില, പരസ്യ വില, വിററവില ഇവ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ 5 : 8 : 6 ആയിരിക്കും. സിമൻറു് കോൺക്രീററുണ്ടാക്കുവാൻ ചല്ലി (മെററൽ), മണൽ, സിമൻറു് ഇവ മൂന്നും ഒരു നിശ്ചിത അളവിൽ ചേർക്കേണ്ടതുണ്ടു്. അവ മൂന്നും തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോയും കാണേണ്ടതായിവരും. ഇങ്ങനെ മൂന്നു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ ഉണ്ടാകാം.

100 : 105 : 5 എന്ന റേഷ്യോ 20 : 21 : 1 എന്നെഴുതാം.

ഈ റേഷ്യോയിലെ സംഖ്യകൾക്കു് 'ടേം' (Term) എന്നു പറയുന്നു. ടേമിനെ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടു് ഗുണിക്കുകയോ ഹരിക്കുകയോ ചെയ്താൽ റേഷ്യോയ്ക്കു് വ്യത്യാസം വരുന്നില്ല എന്നു നാം പഠിച്ച തത്വം ഇവിടെയും ശരിയായിരിക്കും. 50 : 25 : 10 എന്നതിനെ 5 കൊണ്ടു് ഹരി ച്ചു്, 10 : 5 : 2 എന്നാക്കുന്നതും 2 കൊണ്ടു് ഗുണിച്ചു് 100 : 50 : 20 എന്നാക്കുന്നതും തുല്യമായിരിക്കും.

19. ലഘുരൂപത്തിൽ എഴുതുക :—

(1) 25 : 35 : 50 : 60 : 72 : 96 : 90 : 135: 163

(2) 72 : 120 : 165, 121 : 781 : 352, 130 : 156 : 143,

(3) 60 : 80 : 200 : 100 : 75 : 90 : 150 : 45, 3000 : 500 : 1000 : 800

(4) 6·4 : 11·2 : 14·4.

(5) 10·5 : 30·5 : 40·5.

(6) 21·3 : 28·4 : 35·5.

(7) 25·60 : 35·84 : 35·5.

20. ലഘൂകരിക്കുക:—

(1) $\frac{1}{8} : \frac{2}{3} : \frac{5}{3}$

(2) $\frac{2}{5} : \frac{3}{5} : \frac{4}{5}$.

(3) $\frac{4}{7} : \frac{6}{7} : \frac{8}{7}$:

(4) $\frac{1}{2} : \frac{1}{8} : \frac{1}{4}$.

(5) $\frac{2}{3} : \frac{1}{5} : \frac{3}{8}$.

[ഛേദങ്ങളുടെ L.C.M. കണ്ടു് ഗുണിച്ചു് പൂർണ്ണ സംഖ്യ ആക്കുക]

(6) $\frac{4}{5} : \frac{7}{8} : \frac{1}{8}$.

(7) $\frac{1}{8} : \frac{2}{9} : \frac{1}{5}$:

(8) $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} : 1\frac{1}{4}$.

(9) $5\frac{2}{5} : 3\frac{1}{4} : 4\frac{1}{5}$

(10) $10\frac{2}{5} : 15\frac{1}{4} : 20\frac{1}{5}$.

21. A, B, C, ഇവർ യഥാക്രമം 2000 രൂ. 400 രൂ. 600 രൂ. മുടക്കി വ്യാപാരം ചെയ്യുന്നു. മുടക്കിയ തുകയുടെ റേഷ്യോ എന്തു് ?

22. ഒരു നിസ്വൻെറ മൂന്നു കടക്കാർക്കായി 250 രൂ, 330 രൂ. 400 രൂ. വീതം കൊടുക്കുവാനുണ്ടായിരുന്നു. കടത്തിൻെറ റേഷ്യോ എന്തു് ?

23. കോൺക്രീററുണ്ടാക്കുവാൻ $1\frac{1}{2}$ ഭാഗം സിമൻറ് $2\frac{1}{2}$ ഭാഗം മണൽ, 4 ഭാഗം മെററൽ ഇവ ചേക്കുന്നു. ഇവ ഏതു റേഷ്യോയിൽ ചേക്കുന്നു ?

റേഷ്യോ (കുറച്ചുകൂടി)

ഇഡ്ഡലിയുടെ മാവിനു് 1 കി. ഗ്രാം അരിയും $\frac{3}{8}$ കി. ഗ്രാം ഉഴുന്നും എന്ന തോതിൽ ചേക്കണം. അഥവാ 1 : $\frac{3}{8}$ എന്ന റേഷ്യോയിൽ ചേക്കണമെന്നത്ഥം. ഇതിൽ നിന്നു് 20 കി. ഗ്രാം അരിയുടെകൂടെ എത്ര കി. ഗ്രാം ഉഴുന്നു് ചേക്കണമെന്നു് കാണാമോ ? അരി, ഉഴുന്നു് ഇവയുടെ റേഷ്യോയിൽ അരി 20 ഭാഗം ആയാൽ ഉഴുന്നെത്രഭാഗം ? അങ്ങനെ ഒരു റേഷ്യോയും അതിൽ ഒരു ടേമിൻെറ വിലയും തന്നാൽ അതിനനുസരണമായ മറേറ ടേമിൻെറ വില കാണുന്നതെങ്ങനെയെന്നു് നോക്കാം. [ഒരു റേഷ്യോയിലെ സംഖ്യകളെ ടേം എന്നും പറയാറുണ്ടു്.]

1 കി. ഗ്രാം അരിക്കു് $\frac{3}{8}$ കി. ഗ്രാം ഉഴുന്നു്

$\therefore$ 20 ,, ,, $\frac{3}{8}\times 20 = 7\frac{1}{2}$ കി. ഗ്രാം ഉഴുന്നുവേണം

മറെറാരുദാഹരണം നോക്കാം :—

ഒരു പുരയിടത്തിൻെറ നീളവും വീതിയും തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ 3 : 2 ആണു്. നീളം 81 മീററാണെങ്കിൽ വീതിയെന്തു് ?

നീളം 3 മീററർ ആയാൽ വീതി 2 മീററർ.

$\therefore$നീളം 81 ,, ,, വീതി $81\times\frac{2}{3}$ മീററർ $=54$ മീററർ.

വീതി, നീളത്തിൻെറ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം. നീളം വീതിയുടെ $\frac{3}{2}$ മടങ്ങാണു്. അതായതു് നീളം തന്നാൽ അതിനെ $\frac{2}{3}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ വീതി കിട്ടും. വീതിയെ $\frac{3}{2}$ കൊണ്ടു് ഗുണിച്ചാൽ നീളവുംകിട്ടും. ഏതു ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ടു് ഗുണിക്കണമെന്നു് നിശ്ചയിച്ചാൽ മതി.

തന്നതു് വലിയ സംഖ്യയും കാണേണ്ടതു് ചെറിയ സംഖ്യയും ആണെങ്കിൽ 1—ൽ കുറഞ്ഞ ഭിന്നംകൊണ്ടു ഗുണിക്കണം. (അംശം ചെറിയതും ഛേദം വലിയതും ആയിരിക്കണം) നേരെമറിച്ചു് ചെറിയ സംഖ്യതന്നു് വലിയ സംഖ്യ കാണുവാൻ 1—ൽ കൂടുതലായ ഭിന്നം കൊണ്ടു് ആണു് ഗുണിക്കേണ്ടതു്. (അംശം വലുതും ഛേദം ചെറുതും) ഇങ്ങനെ ഗുണിക്കേണ്ട ഭിന്നം നിശ്ചയിച്ചു് ഗുണന ക്രിയ നിർവഹിച്ചുകൊള്ളണം.

Exercise 22

1. x, y ഇവ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോയും, ഒന്നിൻെറ വിലയും ചുവടെ ചേർക്കുന്നു. മറേറതുക കാണുക: —

	x : y	x	y
(1)	3:5	21	?
(2)	9 : 13	72	?
(3)	14 : 11	?	77
(4)	21 : 34	?	170
(5)	8 : 7	12	?
(6)	12 : 17	18	?
(7)	25 : 43	30	?
(8)	63 : 40	?	48
(9)	45 : 50	81	?
(10)	75 : 31	50	?

2. ഒരു മുതലും അതിൻെറ പ്രതിവർഷ പലിശയും 25 : 3 എന്ന റേഷ്യോയിലാണു്. മുതൽ 150 രൂപയുടെ പ്രതിവർഷ പലിശ എന്തു് ?

3. രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ 8 : 11 ആണു്. അതിൽ ചെറിയതു് 100 ആയാൽ വലിയ സംഖ്യ ഏതു് ?

4. രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ 8 : 11 ആണ്. അതിൽ ചെറിയ സംഖ്യ 128 ആയാൽ വലിയതെത്ര ?

5. ഒരു സ്കൂളിൽ ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും എണ്ണം തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ 5 : 3 ആണ്. ആ സ്കൂളിൽ 545 ആൺകുട്ടികൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ പെൺകുട്ടികൾ എത്ര ?

6. ഭിത്തിയിൽ വെള്ള തേയ്ക്കുവാൻ കുമ്മായം കൂട്ടുന്നതിന് കുമ്മായം, മണൽ ഇവ 1 : 4 എന്ന റേഷ്യോയിൽ ചേർക്കണം. 10 ചട്ടി മണലിന്റെ കൂടെ എത്ര ചട്ടി കുമ്മായം ചേർക്കണം ?

7. പുതിയ സ്വർണ്ണത്തിൽ തങ്കവും അതിനോടു ചേർക്കുന്ന മററു ലോഹങ്ങളും 7 : 5 എന്ന റേഷ്യോയിലാണ്. 63 ഗ്രാം തങ്കത്തിന്റെ കൂടെ എത്ര ഗ്രാം മററു ലോഹങ്ങൾ ചേർക്കണം ? 90 ഗ്രാം മററു ലോഹങ്ങളുടെ കൂടെ ചേർക്കുവാൻ എത്ര ഗ്രാം തങ്കം വേണം ?

8. കപാഷുണ്ടാക്കുവാൻ പഞ്ചസാരയും സിട്രിക്ക ആസിഡും 250 : 7 എന്ന റേഷ്യോയിൽ ചേർക്കണം. 1 കി. ഗ്രാം പഞ്ചസാരയുടെ കൂടെ എത്ര ഗ്രാം സിട്രിക്ക് ആസിഡ് ചേർക്കണം ?

9. ഓട്ടുപാത്രം ഉണ്ടാക്കുവാൻ ചെമ്പും വെളുത്തീയവും 30 : 7 എന്ന റേഷ്യോയിൽ ചേർക്കുന്നു. 1 ക്വിൻറൽ ചെമ്പിന്റെ കൂടെ എത്രമാത്രം വെളുത്തീയം ചേർക്കണം ?

10. പായസം ഉണ്ടാക്കുവാൻ അരിയും ശർക്കരയും 2 : 3. എന്ന റേഷ്യോ ത്തക്കത്തിൽ ചേർക്കണം. 4 കി. ഗ്രാം അരികൊണ്ടു പായസം ഉണ്ടാക്കുവാൻ എത്ര കി. ഗ്രാം ശർക്കര വേണം ?

11. ഒരുദ്യോഗസ്ഥന്റെ പെൻഷനും പ്രതിമാസ ശമ്പളവും 3 : 8 എന്ന റേഷ്യോയിലാണ്. പെൻഷൻ കണക്കാക്കുവാനുള്ള പ്രതിമാസ ശമ്പളം 250 രൂപ ആയാൽ എന്തു പെൻഷൻ കിട്ടും ?

അദ്ധ്യായം 10

പ്രൊപ്പോർഷൻ

(Proportion)

താഴെക്കാണുന്ന പട്ടികയിൽ ഒരു തുകക്കു് വിവിധ വർഷങ്ങളിൽ ആയി കിട്ടുന്ന പലിശ പരിശോധിക്കുക :—

വർഷം :—								
2	3	4	5	6	7	8	9	10
പലിശ സംഖ്യ രൂപയിൽ :—								
30	45	60	75	90	105	120	135	150

വർഷങ്ങളുടെ സംഖ്യ വദ്ധിക്കുന്ന റേഷ്യോ പരിശോധിക്കുക. അതേരീതിയിൽതന്നെ പലിശ വദ്ധിക്കുന്ന റേഷ്യോയും പരിശോധിക്കുക. 2 വർഷം 3 വർഷം ആകുമ്പോഠം റേഷ്യോ എന്താണു്, 2 : 3 അതേ ഘട്ടത്തിൽ പലിശ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ 30 : 45 എന്നാകും. അതു് ചെറുതാക്കിയാൽ 2 : 3 എന്ന റേഷ്യോ തന്നെ കിട്ടും. പലിശ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോയും വർഷങ്ങഠം തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോയും തുല്യമാണെന്നു കാണാം. അതായതു് 2 : 3 = 30 : 45.

ഇങ്ങനെ രണ്ടു് റേഷ്യോ തുല്യമാണെങ്കിൽ അതിലെ 4 സംഖ്യകളും പ്രൊപ്പോർഷനിലാണു് എന്നു പറയുന്നു. അപ്പോഠം രണ്ടു് റേഷ്യോയുടെ തുല്യതയെ കുറിക്കുന്നതാണു് പ്രൊപ്പോർഷൻ ; അഥവാ അനുപാതം. മുകളിലെ പട്ടികയിൽ ഒന്നാം കാളത്തിലെ ഏതു സംഖ്യകഠം തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോയും അവക്കനുസൃതമായ രണ്ടാം കാളത്തിലെ പലിശ തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോയും തുല്യമായിരിക്കും. കാരണം പലിശയുടെ വർദ്ധനക്രമം എപ്പോഴും ഒന്നുതന്നെ. — $\frac{1}{15}$. 2 വർഷത്തെ ഇരട്ടി

യായിരിക്കും 4 വർഷത്തെ പലിശ, മൂന്നിരട്ടിയായിരിക്കും 6 വർഷത്തെ പലിശ. 4 വർഷവും 5 വർഷവും തമ്മിൽ 4 : 5 ആയിരിക്കും റേഷ്യോ. ആ വർഷങ്ങളിലെ പലിശയോ? 60 : 75 ആയിരിക്കും. അതു ലഘൂകരിച്ചാൽ 4 : 5 എന്നാകുമല്ലോ. അതിനാൽ 4 : 5 = 60 : 75 ആയിരിക്കും. ഇതു് 4 : 5 : : 60 : 75 എന്നും എഴുതാം. വായിക്കുന്നതു് 4 is to 5 as 60 is to 75 എന്നാണു്. 4, 5, 60, 75 ഈ സംഖ്യകൾ പ്രൊപ്പോർഷനിൽ ആയിരിക്കും. [= എന്ന ചിഹ്നത്തിനു പകരം നാലു കുത്തുകൾ ഇടുകയാണു് ചെയ്യുന്നതു്.]

ഒരു പ്രൊപ്പോർഷനിൽ കാണുന്ന 4 സംഖ്യകളെ ടേം (term)—കോടികൾ—എന്നാണു് പറയുന്നതു്. അപ്പോൾ 4, 5, 60, 75 ഇവ ഒരു പ്രൊപ്പോർഷനിലെ നാലു കോടികൾ ആണു്. ഇവയിൽ നടുക്കു വരുന്ന രണ്ടു കോടികളേ "മീൻസ്" (means)—മദ്ധ്യകോടികൾ—എന്നും ആദ്യവും അന്ത്യവുമായി വരുന്ന കോടികളെ എക്സ്ട്രീംസ് (extremes)—അഗ്രകോടികൾ എന്നും പറയുന്നു.

ചുവടെ ചേർക്കുന്നതു് ചില പ്രൊപ്പോർഷനിലെ കോടികളാണു്. അവ ഒന്നു ശ്രദ്ധിച്ചു് പഠിക്കുക.—

2 : 3 :: 30 : 45

3 : 4 :: 45 : 60

4 : 5 :: 60 : 75

6 : 7 :: 90 : 105

താഴെ ആദ്യത്തെ (I) നു് താഴെ അഗ്രകോടികളും (II) നു താഴെ മദ്ധ്യകോടികളും കാണാം.—

I	II
2,45	3,30
3,60	4,45
4,75	5,60
6,105	7,90

$2 \times 45 = 90$, $3 \times 30 = 90$; $3 \times 60 = 180$, $4 \times 45 = 180$

ഇങ്ങനെ I ലെ കോടികളുടെ ഗുണനഫലവും അവയ്ക്കെതിരെ II ലെ കോടികളുടെ ഗുണനഫലവും തുല്യമാണെന്നു് കാണാം. അതിൽനിന്നു്

നാലു സംഖ്യകൾ പ്രോപ്പോർഷനിൽ ആണെങ്കിൽ അഗ്രകോടികളുടെ ഗുണനഫലം= മദ്ധ്യകോടികളുടെ ഗുണനഫലം:

ഈ പ്രമാണം അടിസ്ഥാനമാക്കി, ഒരു പ്രൊപ്പോർഷനിലെ നാലു കോടികളിലെ ഏതെങ്കിലും മൂന്നെണ്ണം തന്നാൽ നാലാമത്തേതു് കാണുവാൻ കഴിയും,

ഉദാ: (1) 4, 7, 12 ഇവ ഒരു പ്രൊപ്പോർഷനിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നു കോടികളാണെങ്കിൽ അന്ത്യകോടി ഏതു് ?

4 : 7 :: 12 : ?

അന്ത്യകോടികളുടെ ഗുണനഫലം = മദ്ധ്യകോടികളുടെ ഗുണനഫലം

$4 \times$ നാലാമത്തെ കോടി $= 7 \times 12$

$\therefore$ നാലാമത്തെ കോടി $= \frac{7 \times 12}{4} = 21$

ഉദാ: (2) ഒരു പ്രൊപ്പോർഷനിലെ ഒന്നും രണ്ടും നാലും കോടികൾ യഥാക്രമം 6, 14, 21 ആണു്. മൂന്നാമത്തെ കോടി എന്തു് ?

6 : 14 :: ? : 21

$14 \times$ കാണേണ്ട കോടി $= 6 \times 21$

$\therefore$ കാണേണ്ട കോടി $= \frac{6 \times 21}{14} = 9$

ഉദാ: (3) ഒരു പ്രൊപ്പോർഷനിലെ ഒന്നും മൂന്നും നാലും കോടികൾ യഥാക്രമം 18, 27, 30 ആയാൽ രണ്ടാമത്തെ കോടി എന്തു്?

18 : ? : : 27 : 30.

$27 \times$ കാണേണ്ട കോടി $= 18 \times 30$

$\therefore$ കാണേണ്ട കോടി $= \frac{18 \times 30}{27} = 20$

ഉദാ: (4) ഒരു പ്രൊപ്പോർഷനിലെ രണ്ടു്, മൂന്നു്, നാലു്, കോടികൾ യഥാക്രമം 7, 8, 28 ആയാൽ ആദ്യ കോടി എത്ര?

? : 7 : : 8 : 28

$\therefore 28 \times$ കാണേണ്ട കോടി $= 7 \times 8$

$\therefore$ കാണേണ്ട കോടി $= \frac{7 \times 8}{28} = 2$

ചുരുക്കത്തിൽ അഗ്രകോടികളിൽ ഒന്നു കാണുവാൻ എന്തു ചെയ്യണം? മദ്ധ്യകോടികളിൽ ഒന്നു കാണുവാൻ എന്തു ചെയ്യണം? അഗ്രകോടികളിൽ ഒന്നു കാണുവാൻ (ഒന്നാമത്തേതോ, നാലാമത്തേതോ) മദ്ധ്യകോടികളുടെ ഗുണനഫലത്തെ തന്നിട്ടുള്ള അഗ്രകോടികൊണ്ടു് ഹരിക്കണം. മദ്ധ്യകോടികളിൽ ഒന്നു കാണുവാൻ (രണ്ടാമത്തേതോ, മൂന്നാമത്തേതോ) അഗ്രകോടികളുടെ ഗുണനഫലത്തെ തന്നിട്ടുള്ള മദ്ധ്യകോടികൊണ്ടു് ഹരിക്കണം.

ഉദാ: (5) വിട്ടുപോയ കോടി പൂരിപ്പിക്കുക.

13 : 17 : : — : 136.

കാണേണ്ടതു് മദ്ധ്യകോടിയിൽ ഒന്നാണു്.

സംഖ്യ $= \frac{13 \times 136}{17} = 104$

ഉദാ: (6) $8 \times 39 = 13 \times 24$, പ്രൊപ്പോർഷനിൽ എഴുതുക. 8, 39 ഇവ അഗ്രകോടികളും മറ്റു രണ്ടും മദ്ധ്യകോടികളായും അല്ലെങ്കിൽ മറിച്ചും എഴുതാം.

8 : 13 :: 24 : 39 എന്നോ

13 : 8 :: 39 : 24 എന്നോ എഴുതാം.

ഉദാ: (7) $3x=4y$ ഇതു പ്രൊപ്പോഷനിൽ ആക്കുക.

3 : 4 :: y : x

ഉദാ: (8) $5x=7y$ ആയാൽ x : y എത്ര ?

x ൻെറ കൂടെയുള്ള 5 അന്ത്യമായും y യുടെ കൂടെയുള്ള 7 മദ്ധ്യമായും എഴുതുക, അപ്പോഠം,

x : y :: 7 : 5

ഉദാ: (9) ഒരു സംഖ്യയുടെ 9 ഇരട്ടി, മറെറാരു സംഖ്യയുടെ 7 ഇരട്ടിക്കു് തുല്യമാണെങ്കിൽ സംഖ്യകഠം ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

ഒരു സംഖ്യ x, മറെറാരു സംഖ്യ y എന്നു സങ്കല്പിച്ചാൽ,

$9x=7y$ 9, x ഇവ അന്ത്യം

7, y ഇവ മദ്ധ്യമം

x : y :: 7 : 9

∴ x : y = 7 : 9

Exercise 23

1. വിട്ടുപോയ അഗ്രകോടി കാണുക (സംഖ്യകഠം പ്രൊപ്പോർഷനിലാണു്)

   7, 8, 14, —; 4, 5, 12, — ; 6, 7, 18, —; 9, 10 27 —; 12, 13, 48, —.

2. —, 7, 10, 14 ;—, 3, 12, 9 ;—, 19; 21, 27 : —, 13, 40, 52 ;—, 1·7, 1.2, 5.1.

3. വിട്ടുപോയ മദ്ധ്യകോടി കാണുക. (സംഖ്യകഠം പ്രൊപ്പോർഷനിലാണ്)

9, 7, —, 21 ; 8, 5, —, 20 ; 12, 17, —, 85 : 14, 15, —, 105 ; 21, 23, —, 115.

4. 8, —, 32, 28 ; 9, —, 54, 42 ; 11. —, 66, 60 : 1.4, —, 5.6, 6 : 3·2. —, 9.6. 6.3.

5. താഴെക്കാണുന്ന പ്രൊപ്പോർഷനിൽ വിട്ടുപോയ കോടി പൂരിപ്പിക്കുക.—

(1) 5 : 8 :: 10 : — ; 6 : 14 :: — : 21 ; 15 : 24 :: — : 8.

(2) 5 : 9 :: — : 27 ; — : 7 :: 8 : 28 ; 6 : — :: 2 : 24.

(3) 36 : 90 :: — : 75 ; — : 15 :: 12 : 18 ; 18 : — :: 27 : 30.

(4) 15 : — :: 20 : 24 ; — : 12 :: 12 : 8 ; 25 : 15 :: — : 9.

(5) 18 : 21 :: 72 : — ; — : 12 :: 52 : 39 ; 22 : — :: 77 : 161.

(6) — : 7 :: 540 : 420 ; 5 : — :: 600 : 84 ; 7 : 9 :: — : 270.

(7) 2·6 മീ : 3·9 മീ :: — രൂ : 15 രൂ.
3·5 മീ : 4·2 മീ :: 20 രൂ : — രൂ.
4.8 മീ : — മീ :: 32 രൂ : 56 രൂ.

6. താഴെക്കാണുന്ന നാലു് സംഖ്യകഠം പ്രൊപ്പോർഷനിലും അല്ലാതെയും ഉണ്ടു്. പ്രൊപ്പോർഷനിലുള്ളതു് ഒന്നിച്ചും അല്ലാത്തതു് വേറെയും രണ്ടു കോളത്തിലായി എഴുതുക.—

(*i*) 8, 9, 48, 54
(*ii*) 6, 11, 48, 87
(*iii*) 9, 13, 32, 52
(*iv*) 23, 29, 92, 116
(*v*) 5, 9, 20, 35
(*vi*) 10, 14, 15, 21
(*vii*) 21, 35, 27, 45
(*viii*) 55, 77, 65, 90
(*ix*) 8.1, 8·4, 4·2, 2·8
(*x*) 5·3, 3.3, 10, 7

7. രണ്ടു ബസ്സുകളിൽ ഒന്നു് ഒരു ലിററർ പെട്രോൾ കൊണ്ടു് ആവരേജ് 12 കി. മീ. ദൂരം പോകും. മററേ ബസ്സു് ഒരു ലിററർ പെട്രോൾ കൊണ്ടു് എന്തു ദൂരം പോയാൽ അവ തമ്മിൽ ഒരു ലിററർ പെട്രോൾ കൊണ്ടു് ഓടുന്ന ദൂരം 3 : 5 എന്ന റേഷ്യോയിൽ ആയിരിക്കും ?

8. Std. VII B ഡിവിഷനിലെ കണക്കിന്റെ ആവരേജ് മാർക്കു് 50 ആണു്. A യിലെ ആവറേജു മാർക്കു് എത്ര ആയാൽ രണ്ടു ഡിവിഷനിലെ മാർക്കിന്റെ റേഷ്യോ 4 : 5 ആയിരിക്കും.

9. 1947 ൽ ആകെ ഭാരതത്തിൽ 185 ലക്ഷം കുട്ടികൾ വിദ്യാലയങ്ങളിൽ ഉണ്ടായിരുന്നു. 47-ലും 61-ലും ഉള്ള കുട്ടികൾ 3.7 : 8.7 എന്ന റേഷ്യോയിൽ ആണെങ്കിൽ 1961-ൽ എത്ര ലക്ഷം കുട്ടികൾ വിദ്യാലയങ്ങളിൽ ഉണ്ടായിരുന്നു ?

10. 1947-ൽ ഭാരതത്തിൽ 2.2 ലക്ഷം വിദ്യാലയങ്ങൾ ഉണ്ടായിരുന്നു. 47-ലും 61-ലും ഭാരതത്തിലുള്ള വിദ്യാലയങ്ങളുടെ റേഷ്യോ 1.1 : 2.3 ആണെങ്കിൽ 1961-ൽ ഭാരതത്തിൽ എത്രലക്ഷം വിദ്യാലയങ്ങൾ ഉണ്ടായിരുന്നു ?

11. സരയുടെ പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 165 ച. മീററർ ആണു്. സുധീരിന്റെ പുരയിടത്തിനു് എത്ര വിസ്തീർണ്ണം ഉണ്ടെങ്കിൽ രണ്ടു പുരയിടങ്ങളുടെയും വിസ്തീർണ്ണം 29 : 33 എന്ന റേഷ്യോയിൽ ആയിരിക്കും ?

12. ഒരു പിതാവിന്റെ വയസ്സിന്റെ 2 ഇരട്ടി പുത്രന്റെ വയസ്സിന്റെ 10 ഇരട്ടിക്കു് തുല്യമാണു്. പിതാവിന്റെയും പുത്രന്റെയും വയസ്സു തമ്മിൽ ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

13. ഒരു കാറിന്റെ വിലയുടെ 5 ഇരട്ടി ഒരു സ്കൂട്ടറിന്റെ വിലയുടെ 12 ഇരട്ടിക്കു് തുല്യമാണെങ്കിൽ കാറിന്റെയും സ്കൂട്ടറിന്റെയും വിലകൾ തമ്മിൽ എന്തു് റേഷ്യോയിൽ ?

പ്രൊപ്പോറഷൻ (കറച്ചുകൂടി)

Proportion (continued)

ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ ആരംഭം തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പരിശോധിക്കണം. മുകളിലെ കാളത്തിലെ സംഖ്യകളുടെ റേഷ്യോ അവയ്ക്കനുസരണമായ താഴത്തെ കാളത്തിലെ സംഖ്യകളുടെ റേഷ്യോയ്ക്കു തുല്യമാണെന്നു കണ്ടു. അതുകൂടാതെ താഴത്തെ കാളത്തിലെ സംഖ്യകാം മുകളിലത്തെ കാളത്തിലെ സംഖ്യകളുടെ 15 മടങ്ങാണെന്നും കാണാം. അഥവാ ആ സംഖ്യകാം 1 : 15 എന്ന റേഷ്യോയിലായിരിക്കും. ഈ രണ്ടു മാഗ്ഗത്തിലും ഈ സംഖ്യകളുടെ അനുപാതികത്വം പരിശോധിക്കുവാൻ കഴിയും.

ഒരു സംഖ്യ വദ്ധിക്കുമ്പോാം മററൊന്നും വദ്ധിക്കുന്നതുകൊണ്ടുമാത്രം അവ പ്രൊപ്പോർഷനിലാണെന്നു നിശ്ചയിക്കാമോ? താഴെക്കാണുന്ന പട്ടിക പരിശോധിക്കുക. അതു് ഒരാളിൻെറ പ്രായവും ഉയരവും കാണിക്കുന്ന പട്ടികയാണു്.

പ്രായം വഷം	4	6	8	10	15
ഉയരം സെ.മീ.	125	130	140	145	150

വയസ്സു് 6 : 8 എന്നു മാറിയപ്പോാം ഉയരം 130 : 140 എന്നാണു് മാറിയതു്. ഈ രണ്ടു റേഷ്യോയും തുല്യമല്ല. അതിനാൽ ഉയരം പ്രായത്തിനു് ആനുപാതികമല്ല. അപ്രകാരം ആനുപാതികമല്ലാത്ത പല കാര്യങ്ങളും നിങ്ങാംക്കു പറയുവാൻ കഴിയും. 8 വയസ്സുള്ള ശശിയുടെ മൂക്കിനു് 3.5 സെ.മീ. നീളമുണ്ടു്. 12 വയസ്സായാൽ ആ നീളം 7 സെ. മീ. ആകുമോ? ഇവിടേയും മാററം ആനുപാതികമല്ലെന്നു കാണാം. അതുകൊണ്ടു് മാററമുണ്ടെന്നു മാത്രമുള്ളതിനാൽ അതു് ആനുപാതികമാകണമെന്നില്ല. ഒരു സ്കൂളിലെ ഫീസ്സ് പിരിവു് ഫീസ്സ് കൊടുക്കുന്ന കുട്ടികളുടെ സംഖ്യയ്ക്കു് ആനുപാ

തികമായിരിക്കും. 1 ലിററർ പാലിൻെറ വില അനുസരിച്ചു് ലിററർ കൂടുന്ന ക്രമത്തിനു് വിലയും കൂടും.

നമുക്കിനി മറെറാരു പ്രശ്നം എടുക്കാം.

അപ്പുക്കുട്ടൻെറ പക്കലുള്ള 60 മാമ്പഴം 2, 3, 4, 5, 6, 10 കുട്ടികൾക്കായി വീതിക്കുമ്പോൾ ഓരോരുത്തക്കും കിട്ടുന്ന മാമ്പഴത്തിൻെറ എണ്ണം പട്ടികയായി ചുവടെ ചേക്കുന്നു :—

കുട്ടികൾ	..	2	3	4	5	6	10
ഒരാൾക്കു് കിട്ടുന്ന മാമ്പഴം	..	30	20	12	15	10	6

കുട്ടികളുടെ എണ്ണം വദ്ധിക്കുന്നതനുസരിച്ചു് ഒരാൾക്കു കിട്ടുന്ന മാമ്പഴത്തിൻെറ എണ്ണം കുറയുന്നു. കുട്ടികളുടെ എണ്ണം 2 : 3 എന്നു മാറിയപ്പോൾ ഒരാൾക്കു് കിട്ടിയ വീതം എങ്ങനെ മാറി ? 30 : 20. അഥവാ 3 : 2 എന്ന റേഷ്യോയിൽ മാറി.

3 : 4	ആയപ്പോൾ	20 : 15	അഥവാ	4 : 3	എന്നും
4 : 5	,,	15 : 12	,,	5 : 4	,,
5 : 6	,,	12 : 10	,,	6 : 5	,,
6 : 10	,,			10 : 6	,,

മാറുന്നു. ഇതു് ആദ്യത്തെ ജാതി അനുപാതമല്ല. അവിടെ ഒന്നു 3 : 4 എന്നു മാറിയാൽ മററതും 3 : 4 എന്നാണു മാറിയതു്. ഇവിടെ വിപരീതമായി 4 : 3 എന്നാണു് മാറിയതു്. ഈ മാതിരി പ്രൊപ്പോർഷനു് വിപരീതാനുപാതം (Inverse proportion) എന്നാണു പറയുക. അതെങ്ങിനെ നിശ്ചയിക്കാം. സംഖ്യകൾ ശ്രദ്ധിക്കണം.

2—30	5—12
3—20	6—10
4—15	10— 6

ഈ സംഖ്യകൾ പരിശോധിച്ചാൽ ഓരോ വരിയിലുമുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം എല്ലാം തുല്യമാണെന്നു കാണാം. വിപരീതാനുപാതത്തിനുള്ള ടെസ്റ്റും ഇതാണ്.

കുറിപ്പ് :— (1) മാററങ്ങൾ മൂന്നുതരത്തിലാകാം. ആദ്യത്തെ തരത്തിലുള്ള മാററം ഡയറക്ട് പ്രൊപ്പോഷൻ എന്നു പറയുന്നു.

(2) രണ്ടാമത്തേതിൽ മാററം പ്രൊപ്പോർഷനിൽ അല്ല.

(3) മൂന്നാമത്തെതരത്തിൽ മാററം വിപരീതമാണ്—Inverse Proportion ആണ്.

താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള പട്ടികകൾ പരിശോധിച്ച് ഓരോന്നും മേൽ വിവരിച്ച ഏതിനത്തിൽ പെടുമെന്നു നിൎണ്ണയിക്കുക: —

I. പുസ്തകത്തിൻെറ വിലയും എണ്ണവും കാണിക്കുന്ന പട്ടിക.

എണ്ണം	2	4	6	10	15
വില രൂപാ	4	8	12	20	30

II. ഒരാൾ ജോലിചെയ്യുന്ന ദിവസവും കിട്ടുന്ന കൂലിയും കാണിക്കുന്ന പട്ടിക.

ദിവസം	2	4	6	8	12
കൂലി രൂപായിൽ	5	10	15	20	30

III. ഒരു ചാക്കരികൊണ്ടു് ഭക്ഷണം കഴിക്കാവുന്ന ആളുകളുടെ എണ്ണവും ദിവസവും കാണിക്കുന്ന പട്ടിക.

ആളുകൾ	5	6	10	15	25	30
ദിവസം	30	25	15	10	6	5

IV. ഒരു ശിശുവിൻെറ പ്രായവും അതിൻെറ തൂക്കവും കാണിക്കുന്ന പട്ടിക.

പ്രായം മാസത്തിൽ	2	4	6	8	10
തൂക്കം കി. ഗ്രാം	18	24	26	34	38

V. മോഹനൻെറ വയസ്സും ഉയരവും കാണിക്കുന്ന പട്ടിക.

വയസ്സ് (വർഷം)	4	6	8	10	15
ഉയരം (സെ.മീ.)	125	130	140	145	150

VI. 150 മിഠായി കുറെ കുട്ടികൾക്കായി വീതിക്കുന്നു. കുട്ടികളുടെ എണ്ണവും ഒരാൾക്കു കിട്ടുന്ന എണ്ണവും കാണിക്കുന്ന പട്ടിക.

കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	3	5	6	10	15	30
ഒരാൾക്കു കിട്ടുന്ന മിഠായിയുടെ എണ്ണം	50	30	25	15	10	5

ഈ ഓരോ തരത്തിലുള്ള മാററത്തിന് അനവധി ഉദാഹരണങ്ങൾ നിങ്ങൾക്കുതന്നെ തരുവാൻ കഴിയും. ഓരോ കുട്ടിയും ഓരോ ഉദാഹരണം കണ്ടു പിടിച്ചു പറയണം.

ഇനിയും ഈ തത്വങ്ങളുപയോഗിച്ച് ചില കണക്കുകൾ ചെയ്യാം.

ഉദാ: (1) 27 രൂപയ്ക്കു് 9 കിലോഗ്രാം വെളിച്ചെണ്ണ കിട്ടും. 18 രൂപയ്ക്കു് എത്ര കി. ഗ്രാം വെളിച്ചെണ്ണ കിട്ടും?

27 രൂപയ്ക്കു് കിട്ടുന്ന വെളിച്ചെണ്ണ 9 കി. ഗ്രാം.
18 ,, ,, ?

ഇതു് പ്രൊപ്പോർഷനായി ഇടാം

$$27 : 18 = 9 : ?$$

ഇതു് ഡയറക്ട് പ്രൊപ്പോർഷനാണല്ലോ.
ഒരു അന്ത്യകോടിയാണു കാണേണ്ടതു്.

$$\therefore ? = \frac{18 \times 9}{27} = 6$$

∴ കിട്ടുന്ന വെളിച്ചെണ്ണ = 6 കി. ഗ്രാം.

9 കി. ഗ്രാമിനെ $\frac{18}{27}$ എന്ന ഭിന്ന സംഖ്യകൊണ്ടു് ഗുണിക്കുന്നു. കാരണം 27 രൂപയ്ക്കു കിട്ടുന്നതിനേക്കാൾ കുറവായിട്ടേ 18 രൂപയ്ക്കു കിട്ടൂ. അപ്പോൾ 9 കി. ഗ്രാമിനെക്കാൾ കുറവായിരിക്കണം ഉത്തരം. അതിനു് ഒന്നിൽ കുറവായ ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ടു് ഗുണിക്കണം. അതെങ്ങിനെ നിശ്ചയിക്കാമെന്നു് മുമ്പു് വ്യക്തമാക്കിയിട്ടുണ്ടു്. ആ തത്വം ഓർമ്മിച്ചു് Multiplying ratio നിശ്ചയിച്ചു ഗുണിച്ചുകൊള്ളണം.

ഉദാ : (2) 18 പുസ്തകത്തിനു് 27 രൂപ വിലയുണ്ടു്. 30 പുസ്തകത്തിനു് എന്തുവില ?

ഇതു് ഡയറക്ടു് പ്രൊപ്പോർഷനാണു്.

↓	18 പുസ്തകം	27 രൂ. ↓
	30 ,,	? ,,

$\therefore$ 18 : 30 : : 27 : ?

$\therefore$? $= \frac{27 \times 30}{18}$ [30 പുസ്തകത്തിൻെറ വില 27 രൂപയിൽ കൂടണമല്ലോ]

$= 45$ രൂ.

ഉദാ : (3) 62 മൈൽ എന്നതു് 100 കി. മീററർ ആണെങ്കിൽ 25 മൈൽ എത്ര കി. മീറററാണു് ?

ഇതും ഡയറക്ടു് പ്രൊപ്പോർഷനാണു്.

↓	62 മൈൽ	100 കി. മീ. ↓
	25 ,,	?

62 : 25 : : 100 : ? [100 ൽ കുറഞ്ഞിരിക്കണം.]

$\therefore$? $= \frac{100 \times 25}{62}$

$= 40{\cdot}3$ കി. മീ.

ഉദാ : (4) ഒരു മണിക്കൂറിൽ 40 കി. മീ. ഓടുന്ന ഒരു ബസ്സു് ഒരു യാത്രക്കു് 12 മണിക്കൂർ എടുക്കുന്നു. മണിക്കൂറിൽ 60 കി. മീ. പോകുന്ന ഒരു കാർ അതേ യാത്ര എന്തു സമയം കൊണ്ടു് നിർവ്വഹിക്കും ?

വേഗം കൂടുമ്പോഠം യാത്രയ്ക്കുവേണ്ട സമയം കുറയുന്നതിനാൽ ഇതു് വിപരീതാനുപാതമാണു്.

| 40 കി. മീ. 12 മണിക്കൂർ ↑
↓ 60 ,, ? |

40 : 60 : : ? : 12 എന്നായിരിക്കും അനുപാതം.

$$\therefore \quad ? = \frac{12 \times 40}{60}$$

$\therefore$ സമയം = 8 മണിക്കൂർ.

Note:—കാർ എടുക്കുന്ന സമയം കുറവായതിനാൽ 12 നെ ഗുണിക്കുന്ന Multiplying ratio 1-ൽ കുറവായിരിക്കണം. അതാണു് $\frac{40}{60}$ എന്നെടുത്തതു്.

Exercise 24

[പ്രൊപ്പോർഷൻവഴി ചെയ്യണം]

1. 16 പുസ്തകത്തിനു് 36 രൂപ വിലയാണെങ്കിൽ 30 പുസ്തകത്തിൻെറ വിലയെന്തു്?
2. 30 പുസ്തകത്തിനു് 45 രൂപ വിലയായാൽ 17 പുസ്തകത്തിൻെറ വില എന്തു്?
3. 40 പുസ്തകത്തിനു് 70 രൂപ വിലയായാൽ 28 രൂപയ്ക്കു് എത്ര പുസ്തകം വാങ്ങാം ?
4. 225 രൂപയ്ക്കു് 37 രൂ. 50 ന.പ. പലിശ ലഭിക്കുന്നു. അതേ കാലത്തേക്കു് അതേ നിരക്കിനു് 300 രൂപയ്ക്കു് എന്തു പലിശ ലഭിക്കും ?
5. 350 രൂപ നിക്ഷേപിച്ചാൽ 42 രൂ. പലിശ ലഭിക്കുന്നു. അതേ കാലത്തേക്കു് അതേ നിരക്കിൽ എത്ര രൂപ നിക്ഷേപിച്ചാൽ 72 രൂ. പലിശ കിട്ടും ?

6. 190 കുടയ്ക്കു് 1273 രൂപ കൊടുക്കണം. അതേ റേററിൽ 50 കുടയുടെ വിലയെന്തു് ?

7. 56 മീററർ നീളമുള്ള തടിക്കു് 76 കി. ഗ്രാം ഭാരമുണ്ടെങ്കിൽ 3·5 മീററർ നീളമുള്ള തടിക്കു് എന്തു ഭാരം കാണും ? 72 കി. ഗ്രാം ഭാരമുള്ള തടിക്കു് എന്തു നീളം കാണും ?

8. 15 ആളുകൾ 12 ദിവസം ചെയ്യുന്ന ജോലി അതേ തോതിൽ ജോലിചെയ്യുന്ന 12 ആളുകൾ എത്ര ദിവസംകൊണ്ടു ചെയ്യും ?

9. 26·4 ഗ്രാം സ്വർണ്ണത്തിൽനിന്നു് 214·5 മീററർ കമ്പി വലിച്ചെടുക്കാമെങ്കിൽ 16·8 ഗ്രാം സ്വർണ്ണം കൊണ്ടു് അതേ കനത്തിൽ എത്ര മീററർ കമ്പി വലിച്ചെടുക്കാം ?

10. 10 ലിററർ പെട്രോൾകൊണ്ടു് ഒരു വണ്ടി 80 കി. മീ. ദൂരം ഓടുന്നു. 216 കി. മീററർ പോകുവാൻ വേണ്ട പെട്രോൾ എത്ര ?

11. 68 ചാക്കു് അരി കയററി ഇറക്കുന്നതിനു് 9 രു. 35 ന.പ. കൂലി കൊടുക്കണം. അതേ നിരക്കിൽ 50 ചാക്കു് അരി കയററി ഇറക്കുന്നതിനുള്ള കൂലി എന്തു് ?

12. ഒരു വിമാനം 6 മണിക്കൂർകൊണ്ടു് 1270 കി. മീററർ ദൂരം പോകുന്നു. അതേ വേഗത്തിൽ 3175 കി. മീ. ദൂരം പോകുവാൻ എന്തു സമയം എടുക്കും ?

13. 20 ചാക്കു് സിമൻറിനു് 130 രൂപ വിലയാണു്. 320 രൂപയ്ക്കു് എത്ര ചാക്കു് സിമൻറു് വാങ്ങാം ? 80 ചാക്കു് സിമൻറിൻെറ വില എന്തു് ?

14. ഒരു നിസ്വൻെറ സ്വത്തു് 5,600 രൂപയും, കടം 8,000 രൂപയുമാണു്. അയാളിൽനിന്നും 750 രു. കിട്ടുവാനുള്ള ഒരാളിനു് എന്തു തുക കിട്ടും ?

15. 8·4 മീററർ നീളമുള്ള തടിക്കു് 140 കി.ഗ്രാം തൂക്കമുണ്ടു്. ആ തടിയിൽ 6·12 മീററർ നീളമുള്ള ഒരു കഷണത്തിൻെറ തൂക്കമെന്തു് ?

16. 1,800 രൂപയ്ക്കു് 2 വർഷംകൊണ്ടു കിട്ടുന്ന പലിശ 1,200 രൂപയ്ക്കു് അതേ റേററിൽ എത്രവർഷംകൊണ്ടു് കിട്ടും ?

17. 400 വേലക്കാർ 9 ദിവസംകൊണ്ടുണ്ടാക്കുന്ന ഇഷ്ടിക അതേ ക്രമത്തിനു് ജോലിചെയ്യുന്ന 300 വേലക്കാർ എത്ര ദിവസംകൊണ്ടു് ഉണ്ടാക്കും ?

18. മണിക്കൂറിൽ 12 കി. മീററർ വേഗത്തിൽ സൈക്കിളിൽ പോയാൽ 24 മിനിട്ടുകൊണ്ടു പോകുന്നദൂരം മണിക്കൂറിൽ 5 കി. മീററർ വേഗത്തിൽ നടന്നാൽ എത്ര സമയംകൊണ്ടു് സഞ്ചരിക്കാം ?

19. ദിവസം 8 മണിക്കൂർവീതം ജോലിചെയ്തു് 15 ദിവസംകൊണ്ടു് തീക്കുന്ന ജോലി ദിവസം 10 മണിക്കൂർ അതേ ക്രമത്തിനു് ജോലിചെയ്താൽ എത്ര ദിവസംകൊണ്ടു് തീക്കാം ?

20. 200 പട്ടാളക്കാക്കു് 90 ദിവസത്തേയ്ക്കുള്ള ഭക്ഷണസാധനം ശേഖരിച്ചിരുന്നു. 300 പട്ടാളക്കാരെ കൂടി താമസിപ്പിക്കേണ്ടിവന്നാൽ, ആ ഭക്ഷണസാധനം എത്ര ദിവസത്തേയ്ക്കു് ഉണ്ടായിരിക്കും ?

21. ഒരു ക്യാമ്പിൽ 3500 പട്ടാളക്കാർക്കുവേണ്ടി 10 ദിവസത്തേയ്ക്കുള്ള ഭക്ഷണസാധനം ശേഖരിച്ചിരുന്നു. കുറെ ആളുകൾ ക്യാമ്പിൽ വന്നുചേർന്നതിനാൽ 8 ദിവസത്തേക്കേ ഉണ്ടായിരുന്നുള്ളുവെങ്കിൽ പുതുതായി എത്ര പേർ വന്നുചേന്നു ?

22. 2·5 മീററർ നീളമുള്ള കമ്പുകൊണ്ടു് അളന്നപ്പോറം ഒരു പുരയിടത്തിൻെറ നീളം 126 കമ്പിൻേറതായിരുന്നു. 3 മീററർ നീളമുള്ള കമ്പുകൊണ്ടളന്നാൽ ആ പുരയിടത്തിന്നു് എത്ര കമ്പു നീളം കാണും ?

23. 350 കി. ഗ്രാം വീതം തൂക്കമുള്ള 1410 ചാക്കു് അരി 300 കി. ഗ്രാം വച്ചു് എത്ര ചാക്കിലായി കെട്ടാം ?

24. 246 കി. ഗ്രാം വീതം തൂക്കമുള്ള 2100 ചാക്കു് സിമൻറു് 300 കി. ഗ്രാം വച്ചു് എത്ര ചാക്കിലാക്കാം ?

അദ്ധ്യായം 11

വിസ്തീർണ്ണം (കുറച്ചുകൂടി)

(Square Measure)

(a) റൈററാംഗിൾഡ് ട്രയാംഗിൾ (Right angled triangle)

ദീർഘചതുരം, സമചതുരം ഇങ്ങനെയുള്ള ചതുരരൂപങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുവാൻ നിങ്ങറം പഠിച്ചു. ഒരു ചതുരത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം കാണുവാൻ നീളവും, വീതിയും ഒരേ യൂണിററിൽ കണ്ടു് തമ്മിൽ ഗുണിച്ചാൽ മതി എന്നു പഠിച്ചതാണു്. അത്രയും ചതുരശ്ര യൂണിററായിരിക്കും വിസ്തീർണ്ണം. അതായതു് നീളം 5 സെ.മീ., വീതി 4 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ വിസ്തീർണ്ണം 20 ച.സെ.മീററായിരിക്കും. അടുത്ത ചിത്രത്തിൽ 6 സെ.മീ. നീളവും, 3 സെ.മീ. വീതിയും ഉള്ള ദീർഘചതുരം കാണാം—ABCD.

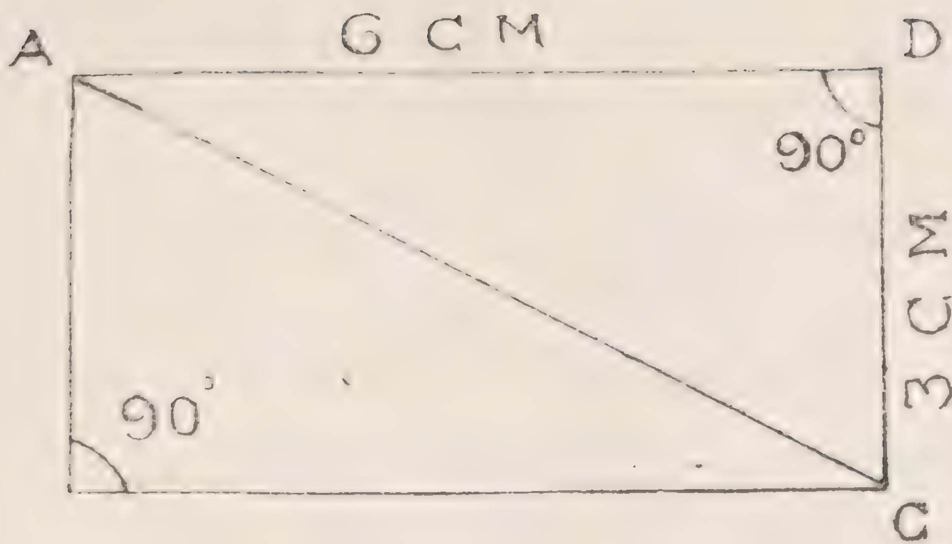


FIG. 1

ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= BC \times AB = 6 \times 3$ ച.സെ.മീ. $= 18$ ച.സെ.മീ. ; AC യോജിപ്പിച്ചാൽ, ഈ ചതുരം രണ്ടു ട്രയാംഗിളായി ഭാഗിക്കപ്പെടും. $\angle B$, $\angle D$ ഇവ 90° വീതമാകയാൽ $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ ഇവരണ്ടും റൈറ്റാംഗിൾഡ് ട്രയാംഗിൾ ആയിരിക്കും. $\triangle ADC$ വെട്ടിയെടുത്തു് $\triangle ABC$ യുടെ മീതെ വച്ചുനോക്കിയാൽ രണ്ടും തുല്യമാണെന്നു് കാണുവാൻ കഴിയും. അപ്പോൾ റൈറ്റാംഗിൾഡ് $\triangle ABC$ യുടെ വിസ്തീർണ്ണം, ദീർഘചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ പകുതിയാണെന്നു് അനുമാനിക്കാം.

റൈറ്റാംഗിൾഡ് $\triangle$ ABC യുടെ വിസ്തീർണ്ണം =
$\frac{1}{2}$ ദീർഘചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= \frac{1}{2} AB \times BC$ ച. യൂണിറ്റ്

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3$ ച.സെ.മീ.
$= 9$ ച.സെ.മീ.

AB, BC ഇവ റൈറ്റാംഗിൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങളാകയാൽ, ഒരു റൈറ്റാംഗിൾഡ് ട്രയാംഗിളിന്റെ

വിസ്തീർണ്ണം, മട്ടകോണം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങളുടെ നീളത്തിൻെറ ഗുണനഫലത്തിൻെറ പകുതിയായിരിക്കും.

വശങ്ങൾ a, b ഇവ ആണെങ്കിൽ
വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2}$ a b

ഉദാ: (1) ഒരു മട്ടകോണത്രികോണത്തിൻെറ മട്ടകോണം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങൾ 15 സെ.മീ., 8 സെ. മീ. ആണെങ്കിൽ വിസ്തീർണ്ണം എന്ത് ?

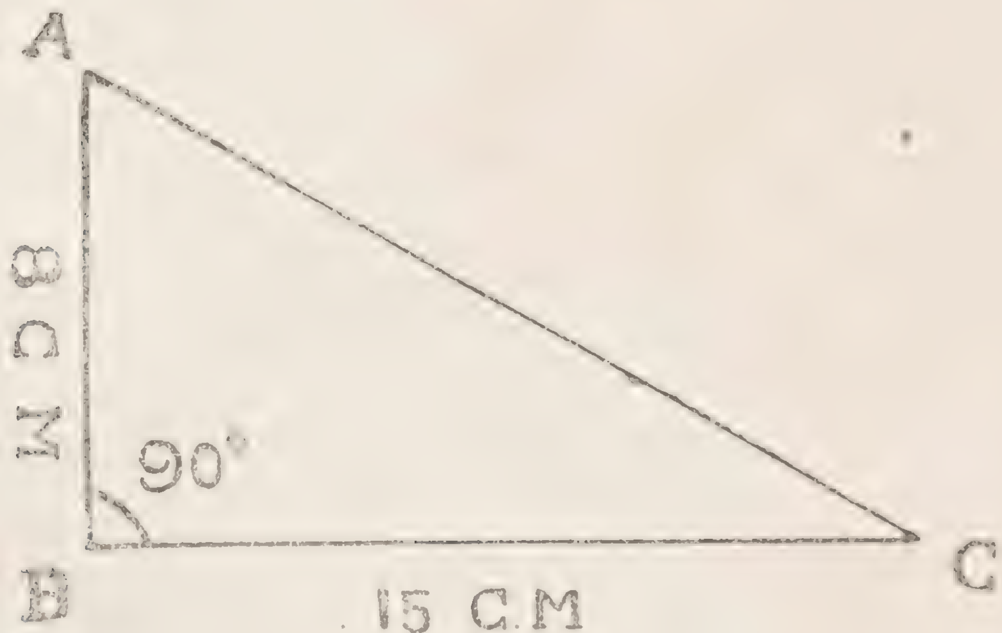


FIG 2

$\triangle$ ൻെറ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2}$ AB $\times$ BC
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 15$ ച.സെ.മീ.
= 60 ച.സെ.മീ.

ഉദാ: (2) മട്ടകോണത്രികോണ $\triangle$ ൻെറ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു പുരയിടത്തിൻെറ മട്ടകോണം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങൾ 30 മീ., 20 മീ. ആണെങ്കിൽ പുരയിടത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്ത് ?

പുരയിടത്തിൻെറ
വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times 30 \times 20$ ച.സെ.മീ.
$=$ 300 ച.മീ.
$=$ 3 ആർ

ഉദാ : (3) 6 ആർ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള റൈററാംഗിൾഡ് △ രൂപമായ ഒരു സ്ഥലത്തിൻെറ ഒരു ചെറിയ വശം 40 മീററായാൽ മററേ ചെറിയ വശത്തിൻെറ നീളം എന്തു്?

ചെറിയ വശങ്ങൾ റൈററാംഗിൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്നതായിരിക്കുമല്ലോ.

$\therefore \frac{1}{2} a \times b = 6 \times 100$ ച.മീ. $= 600$ ച.മീ.

$\therefore a \times b = 1200$ ച.മീ.

$\therefore 40 \times b = 1200$,,

$\therefore b = 1200 \div 40$ മീ. $= 30$ മീ.

$\therefore$ മററേ ചെറിയ വശം 30 മീററായിരിക്കും.

[Note :—$\frac{1}{2} a \times b = A$. അതിനാൽ $a \times b = 2A$ ആയിരിക്കും. $2A$ യെ a കൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ b യും b കൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ a യും കിട്ടും.

$$a = \frac{2A}{b}$$

$$b = \frac{2A}{a}$$

Exercise 25

1. താഴെക്കാണുന്ന പട്ടികയിൽ ഒന്നാം കാളത്തിൽ റൈററാംഗിൾഡ് △ ലെ ചെറിയ വശത്തിൽ ഒന്നിൻെറ നീളം, രണ്ടാം കാളത്തിൽ മററേ ചെറിയ വശത്തിൻെറ നീളം, മൂന്നാം കാളത്തിൽ വിസ്തീർണ്ണം. മൂന്നാം കാളം പൂരിപ്പിക്കുക.

ഒരു ചെറിയ വശം		മറ്റേ ചെറിയ വശം	വിസ്തീർണ്ണം
10 സെ.മീ.	..	6 സെ.മീ.	—
12 ,,	..	8 ,,	—
15 ,,	..	10 ,,	—
16 ,,	..	6·5 ,,	—
20 ,,	..	5·25 ,,	—
21.5 ,,	..	20 ,,	—
80 ,,	..	35 ,,	—
93 മീററർ	..	40 മീററർ	—
150 ,,	..	100 ,,	—
200 ,,	..	55·6 ,,	—

2. കുറെ റൈററാംഗിൾഡ് △ ൻെറ റൈററാംഗിൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ താഴെ തരുന്നു. വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

(*i*) 12·5 സെ.മീ., 11 സെ.മീ.

(*ii*) 15·75 ,, , 10·5 സെ.മീ.

(*iii*) 12 മീ. 30 സെ.മീ., 8 മീ.

(*iv*) 23·5 മീ., 16.8 മീ.

(*v*) 60·8 മീ., 20.4 മീ.

3. കുറെ റൈററാംഗിൾഡ് △ ൻെറ റൈററാംഗിൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങളുടെ നീളം ഒന്നും രണ്ടും കാളങ്ങളിലും വിസ്തീർണ്ണം മൂന്നാം കാളത്തിലും, കാണാം. വിട്ടുപോയവ പൂരിപ്പിക്കുക.

(1)	(2)	(3)
8 സെ.മീ.	6 സെ.മീ.	—
—	5 സെ.മീ.	25 ച.സെ.മീ.
12 സെ.മീ.	—	24 ച.സെ.മീ.
—	14 മീ.	140 ച.മീ.
—	21 മീ.	420 ച.മീ.

4. ഒരു വയൽ റൈററാംഗിൾഡ് ട്രയാംഗിൾ രൂപത്തിലാണ്. റൈററാംഗിൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങൾ 2·50 മീ., 160 മീ. ആണെങ്കിൽ വയലിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്ത് ?

5. നിങ്ങളുടെ പ്ലാസ്റ്റിക്ക് സെററ് സ്ക്വയറിൽ ഒന്നിൻെറ റൈററാംഗിൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങൾ 11 സെ. മീററും, 6.5 സെ. മീററും ആണ്. അതിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്ത് ?

   65 സെ.മീ. നീളവും, 55 സെ.മീ. വീതിയുമുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയായ ഒരു പ്ലാസ്റ്റിക്ക്ഷീററിൽ നിന്ന് നഷ്ടം കൂടാതെ ഈ മാതിരി എത്ര സെററ് സ്ക്വയർ വെട്ടിയെടുക്കാം ?

6. രണ്ടാമത്തെ പ്ലാസ്റ്റിക്ക് സെററ് സ്ക്വയർ അളന്ന് നോക്കി അതിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം നിശ്ചയിക്കുക.

7. ബോർഡിൽ പടം വരയ്ക്കുവാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന തടികൊണ്ടുള്ള സെററ്സ്ക്വയറിൻെറ വശങ്ങൾ അളന്ന് വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കുക.

8. ഒരു പൂന്തോട്ടത്തിൻെറ 4 മൂലയിലും റൈററാംഗിൾ രൂപത്തിൽ തുല്യവിസ്തീർണ്ണമുള്ള നാലു തിട്ടകൾ ഉണ്ടാക്കുന്നു. റൈററാംഗിൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശ

ങ്ങടം 5 മീററർ വീതമാണെങ്കിൽ 4 തിട്ടകഠാക്കും കൂടിയുള്ള വിസ്തീർണ്ണം എന്തു്?

9. ഒരു പുസ്തകം ബയൻറ ചെയ്യുവാൻ റൈററാംഗിഠംഡ് ട്രയാംഗിഠം രൂപത്തിലുള്ള 4 കഷണം കാലിക്കോ വേണം. റൈററാംഗിഠം ഉഠംക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങഠംക്കു് 7 സെ. മീ. വീതം നീളം ഉണ്ടെങ്കിൽ ആ നാലുകഷണങ്ങഠാക്കും കൂടിയുള്ള വിസ്തീർണ്ണം എന്തു്?

10. ഒരു പന്തലിൻെറ മേൽപുരയുടെ കുറിയ ഭാഗങ്ങഠം റൈററാംഗിഠംഡ് ട്രയാംഗിളിൻെറ രൂപമാണു്. റൈററാംഗിഠം ഉഠംക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങഠം 6 മീററർ വീതമാണെങ്കിൽ ഇരു വശവും പരമ്പുകൊണ്ടു മറയ്ക്കുവാൻ വേണ്ട പരമ്പിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു്?

11. റൈററാംഗിഠംഡ് ട്രയാംഗിളിൻെറ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു സ്ഥലത്തിനു് 1591 ച. മീററർ വിസ്തീർണ്ണമുണ്ടു്. അതിൻെറ ചെറിയ വശങ്ങളിലൊന്നിൻെറ നീളം 43 മീറററായാൽ മററേ ചെറിയ വശത്തിൻെറ നീളം എന്തു്?

12. റൈററാംഗിഠംഡ് ട്രയാംഗിഠം രൂപത്തിലുള്ള ഒരു സ്ഥലത്തിനു് 4150 ച. മീററർ വിസ്തീർണ്ണം വേണം. ഒരു ചെറിയ വശം 83 മീറററാണെങ്കിൽ മററേ ചെറിയ വശം എന്തു നീളമായിരിക്കണം?

(b) ഏതൊരു ട്രയാംഗിളിൻെറയും വിസ്തീർണ്ണം എങ്ങനെ കാണാം?

റൈററാംഗിഠംഡ് ട്രയാംഗിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം കാണുവാൻ പഠിച്ചു. എന്നാൽ ട്രയാംഗിളെല്ലാം റൈററാംഗിഠംഡ് ട്രയാംഗിളാകണമെന്നില്ലല്ലൊ. ഏതൊരു ട്രയാംഗിളിൻെറയും വിസ്തീർണ്ണം കാണുവാൻ നാം അറിഞ്ഞിരിക്കണം.

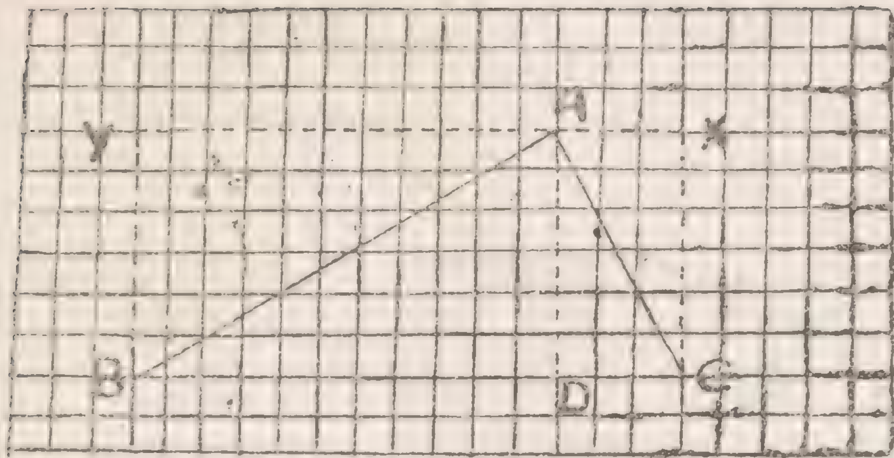


FIG 3

ഒരു ഗ്രാഫ് കടലാസിൽ ABC എന്ന ട്രയാംഗിറം വരക്കുക. ചിത്രം നോക്കണം. A യിൽനിന്ന് B C യിലേക്ക് പെർപെൻറിക്കുലറായി വരക്കുന്ന AD എന്നു നേർവര ട്രയാംഗിളിൻെറ ഉയരം അഥവാ ആൾടി ട്യൂഡ് (Altitude) എന്നാണറിയപ്പെടുന്നതു്. BC യുടെ നീളം 14 സെ. മീററും AD യുടെ നീളം 6 സെ. മീററും ആണല്ലൊ. 14 സെ. മീ. നീളവും 6 സെ.മീ. വീതിയും ഉള്ള ഒരു ദീർഘചതുരം BC ഒരു വശമാക്കി വരച്ചിരിക്കുന്നതു നോക്കുക—BCXY, △ABY, △ACX, ഇവ വെട്ടിയെടുക്കുക. △ABY, △ABD യുടെ മുക ളിലും △ACX, △ACD യുടെ മുകളിലും വച്ചുനോ ക്കണം. കൃത്യമായി ചേർന്നിരിക്കുന്നതായി കാണാം. അതിൽനിന്നെന്തനുമാനിക്കാം.

△ABD എന്നതു് ദീർഘചതുരം BDAY യുടെ പകുതിയും

△ACD ,, ,, CDAX ,,

ആയിരിക്കും. അപ്പോാ △ ABD, △ ACD ഇവ കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന △ABC, ദീർഘചതുരം BDAY, ദീർഘചതുരം CDAX എന്നിവ കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന BCXY എന്ന ദീർഘചതുരത്തിൻെറ പകുതിയായി രിക്കും.

$\therefore \triangle ABC \quad = \frac{1}{2} BCXY$

$= \frac{1}{2} BC \times AD$

$= \frac{1}{2} \times 14 \times 6$

BC എന്നതു് △ ൻെറ ബേസും, AD എന്നതു് ആറംടിട്യൂഡും ആകയാൽ ഒരു ട്രയാംഗിളിൻെറ വിസ്തീൎണ്ണം $\frac{1}{2}$ ബേസു് × ആറംടിട്യൂഡ് ആയിരിക്കും.

ബേസ്സ് 'b', ആറംടിട്യൂഡ് 'h', വിസ്തീൎണ്ണം 'A' ആണെങ്കിൽ ട്രയാംഗിളിൻെറ വിസ്തീൎണ്ണത്തിൻെറ ഫോർമുലാ $A = \frac{1}{2} bh$ എന്നായിരിക്കും.

[കുറിപ്പു് :—ഒരു ട്രയാംഗിളിൻെറ ബേസായി ഏററവും നീളം കൂടിയവശം എടുത്തു് അതിൻെറ എതിർമൂലയിൽനിന്നു് ആറംടിട്യൂഡ് വരച്ചാൽ എപ്പോഴും ആറംടിട്യൂഡ് ബേസിനുള്ളിൽ തന്നെ സന്ധിക്കും.]

ഉദാ: (1) ഒരു ട്രയാംഗിളിൻെറ ബേസ് 16 സെ. മീ. ബേസിലേക്കു് എതിർ മൂലയിൽനിന്നുള്ള ആറംടിട്യൂഡ് 13 സെ. മീ. വിസ്തീൎണ്ണം എന്തു് ?

$A = \frac{1}{2} b \times h$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 13$ ച. സെ. മീ.

$= 104$ ച. സെ. മീ.

∴ വിസ്തീൎണ്ണം = 104 ച. സെ. മീ.

△ ൻെറ വിസ്തീൎണ്ണം = 104 ച. സെ. മീ.

ഉദാ: (2) 221 ച. സെ. മീ. വിസ്തീൎണ്ണമുള്ള ഒരു ട്രയാംഗിളിൻെറ ബേസ് 17 സെ. മീ. ആണെങ്കിൽ എതിർമൂലയിൽനിന്നും ബേസിലേക്കുള്ള ആറംടിട്യൂഡിൻെറ നീളം എന്തു് ?

$\frac{1}{2} b \times h = 221$

$\therefore b \times h = 2 \times 221$

$$\therefore\ 17 \times h = 2 \times 221$$

$$\therefore\ h = \frac{2 \times 221}{17}$$

$$= 26 \text{ സെ.മീ.}$$

$$\therefore\ \text{ഉയരം} = 26 \text{ സെ.മീ.}$$

[കുറിപ്പ് :—$b \times h$എന്നതു് വിസ്തീർണ്ണത്തിൻെറ ഇരട്ടിയായിരിക്കും. അതിനാൽ വിസ്തീർണ്ണത്തിൻെറ ഇരട്ടിയെ ബേസിൻെറ നീളംകൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ ആൾട്ടിട്യൂഡിൻെറ നീളവും, ആൾട്ടിട്യൂഡിൻെറ നീളംകൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ ബേസിൻെറ നീളവും കിട്ടും.]

ഒരു ട്രയാംഗിളിൻെറ ആൾട്ടിട്യൂഡ് വരയ്ക്കുവാൻ ഒരു നേർവരയ്ക്കു വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്നും നേർവരയ്ക്കു് പെർപെൻറിക്കുലർ വരയ്ക്കുന്ന രീതി അറിഞ്ഞിരിക്കണം. നിങ്ങളുടെ സെററ്സ്ക്വയർകൊണ്ടു് വരയ്ക്കാം. കോമ്പസസ്കൊണ്ടും വരയ്ക്കാം. സെററ്സ്ക്വയർകൊണ്ടു വരയ്ക്കുന്നതു് വളരെ ശ്രദ്ധിച്ചില്ലെങ്കിൽ തെററാൻ എളുപ്പം ഉണ്ടു്. കോമ്പസസ്സുകൊണ്ടു വരച്ചാൽ കൃത്യമായിരിക്കും. അതെങ്ങനെ വരയ്ക്കാമെന്നു് താഴെ ചേർക്കുന്നു.—

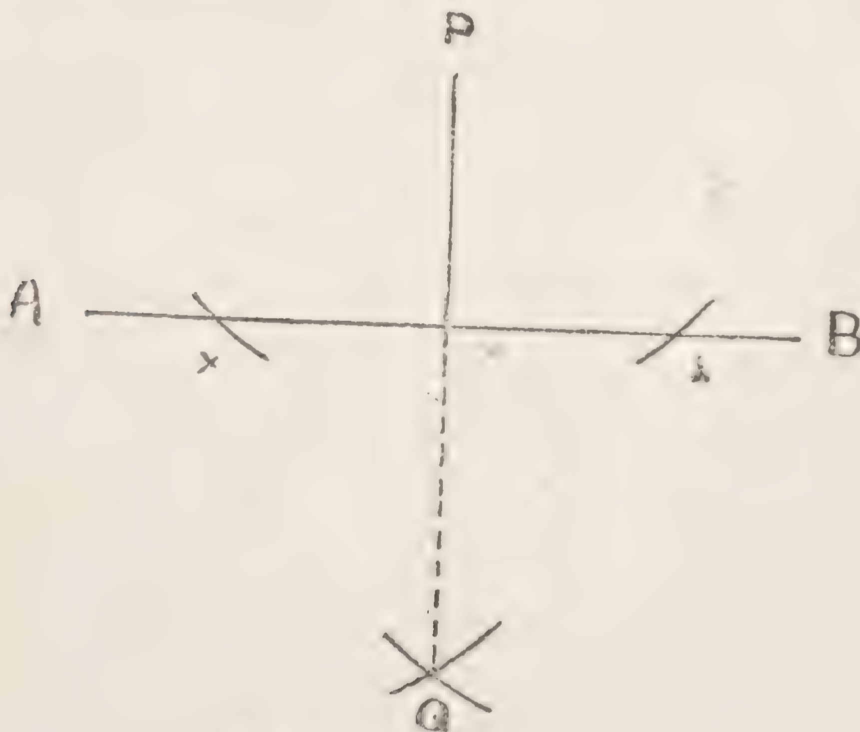


FIG 4

AB യിലേക്ക് P യിൽനിന്ന് പെർപെൻറിക്കുലർ വരയ്ക്കണം. P സെൻററായി സൌകര്യമുള്ള റേഡിയസ്സിൽ ഒരു ആർക്കുവരച്ച് AB യെ X,Y എന്ന ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുക. X,Y ഇവ സെൻററായി സൗകര്യമുള്ള റേഡിയസ്സിൽ രണ്ടു് ആർക്കുവരച്ച് Q യിൽ സന്ധിപ്പിച്ച് PQ യോജിപ്പിക്കുക. PQ, AB യെ D യിൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ PD എന്നതു് AB ക്കു് പെർപെൻറിക്കുലറായിരിക്കും. പെർപെൻറിക്കുലർ വരക്കേണ്ടിവന്നാൽ ഈ മാർഗ്ഗം സ്വീകരിച്ചുകൊള്ളണം.

Exercise 26

1. ട്രയാംഗിളിൻെറ അളവുകളുള്ള താഴെ കാണുന്ന പട്ടികയിൽ മൂന്നാംകാളം പൂരിപ്പിക്കുക:—

ബേസ്	ആംടിട്യൂഡ്	വിസ്തീർണ്ണം
12 സെ.മീ.	18 സെ.മീ.	—
10 ,,	13 ,,	—
3 ചെ.	8 ചെ.	—
16.5 മീ.	27 മീ.	—
20 ,,	20·2 ,,	—
40.8 ,,	35.5 ,,	—

2. താഴെ കാണുന്ന അളവുകളുള്ള ട്രയാംഗിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക:—

ബേസ്	ആംടിട്യൂഡ്	വിസ്തീർണ്ണം
40 സെ.മീ.	20 സെ.മീ.	—
60 ,,	50 ,,	—
1 മീ.	60 ,,	—
140 സെ.മീ.	280 ,,	—
230 ,,	90 ,,	—
300 ,,	210 ,,	—
420 ,,	3 മീ.	—

3. താഴെ കാണുന്ന അളവുകളുള്ള ട്രയാംഗിളിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക :—

	ബേസ്	ആൾട്ടിട്യൂഡ്
i.	8 സെ.മീ.	4.5 സെ.മീ,
ii.	11 മീ.	9 മീ.
iii.	18 ,,	3.75 മീ.
iv.	312 ,,	215 ,,

4. താഴെക്കാണുന്ന അളവുകളുള്ള ട്രയാംഗിളിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്ത് ?

	ബേസ്	ആൾട്ടിട്യൂഡ്
i.	5 മീ. 50 സെ.മീ.	4 മീ. 80 സെ.മീ.
ii.	8 ,, 80 ,,	1 ,, 66 ,,
iii.	35.5 മീ.	28.4 മീ.
iv.	210.8 മീ.	200.4 മീ.

5. ട്രയാംഗിളിന്റെ അളവുകളുള്ള താഴെക്കാണുന്ന പട്ടികയിൽ വിട്ടുപോയവ പൂരിപ്പിക്കുക.

ബേസ്	ആൾട്ടിട്യൂഡ്	വിസ്തീർണ്ണം
18.5 മീ.	20 മീ.	—
—	5 ,,	30 ച.മീ.
23 മീ.	—	345 ,,
40 മീ.	—	300 ,,
—	25 മീ.	1200 ,,
—	42 ,,	1260 ,,
74 മീ.	—	1480 ,,

6. ട്രയാംഗിൾ രൂപത്തിലുള്ള ഒരു വയലിന്റെ ഒരു വശം 12 ചെയിനാണ്. എതിർ മൂലയിൽനിന്ന് ആ വശത്തേക്കുള്ള ആൾട്ടിട്യൂഡ് 4 ചെയിൻ

ആണെങ്കിൽ വയലിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു്?
(1 ചെയിൻ=20 മീററർ).

7. ട്രയാംഗിൾ രൂപത്തിലുള്ള ഒരു പുരയിടത്തിൻെറ ഒരു വശം 280 മീററർ നീളവും അതിലേക്കു് എതിർമൂലയിൽനിന്നുള്ള ആൾടിട്യൂഡ് 150.5 മീററർ നീളവും ആണെങ്കിൽ പുരയിടത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു്?

8. 11000 ച. മീ. വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു സ്ഥലം ട്രയാംഗിൾ രൂപത്തിലാണു്. അതിൻെറ ഒരു വശത്തിനു് 220 മീററർ നീളം ഉണ്ടെങ്കിൽ എതിർ മൂലയിൽനിന്നു് ആ വശത്തേക്കുള്ള ആൾടിട്യൂഡിൻെറ നീളം എന്തു്?

9. 2 ഹെക്ടർ 56 ആർ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു സ്ഥലം ട്രയാംഗിൾ രൂപത്തിലാണു്. അതിൻെറ ഒരു മൂലയിൽനിന്നു് എതിർവശത്തേക്കുള്ള ആൾടിട്യൂഡിനു് 160 മീററർ നീളം ഉണ്ടെങ്കിൽ ആ വശത്തിൻെറ നീളം എന്തു്?

10. ഒരു ട്രയാംഗിൾ രൂപത്തിലുള്ള സ്ഥലത്തിൻെറ ഒരു വശത്തിനു് 120 മീററർ നീളം ഉണ്ടു്. എതിർ മൂലയിൽനിന്നും ആ വശത്തേക്കുള്ള ആൾടിട്യൂഡിനു് 80 മീററർ നീളമാണു്. ഈ സ്ഥലത്തിനു പകരം തുല്യവിസ്തീർണ്ണമുള്ളതും ട്രയാംഗിൾ രൂപവുമായ മററൊരു സ്ഥലം എടുക്കണം. അതിൻെറ ഒരു വശത്തിനു് 100 മീററർ നീളമേ ഉള്ളുവെങ്കിൽ എതിർ മൂലയിൽനിന്നു് ആ വശത്തേക്കുള്ള ആൾടിട്യൂഡിനു് എന്തു നീളം വേണം?

11. എൻെറ വയലിൽകൂടി റയിൽവേ ലൈൻ പോകയാൽ ശേഷിച്ച സ്ഥലം ഒരു ട്രയാംഗിൾ രൂപമാണു്. അതിൻെറ ഒരു വശം 160 മീററർ നീളവും ആ വശത്തിനു് എതിർ മൂലയിൽനിന്നുള്ള ആൾടിട്യൂഡ് 45 മീററും ആണു്. ഈ നിലത്തിനു് തുല്യ വിസ്തീർണ്ണവും ട്രയാംഗിൾ രൂപവു

മായ ഒരു പുരയിടം ഞാൻ വാങ്ങുന്നു. പുരയിടത്തിൻെറ ഒരു മൂലയിൽനിന്നു് എതിർവശത്തേക്കുള്ള ആൾട്ടിട്യൂഡ് 40 മീററററായാൽ ആ വശത്തിൻെറ നീളം എന്തു്?

12. ഒരു വശം 210 മീററർ നീളമുള്ള ട്രയാംഗിൾ രൂപത്തിൽ ഒരു പുരയിടത്തിനു് എതിർ മൂലയിൽനിന്നുള്ള ആൾട്ടിട്യൂഡിനു് 80 മീററർ നീളമുണ്ടു്. അതിനു് തുല്യവിസ്തീർണ്ണമുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിൻെറ ഒരു വശം (നീളം) 400 മീറററാണെങ്കിൽ വീതി എന്തായിരിക്കും?

(c) (*i*). സർക്കിൾ (Circle) കുറച്ചുകൂടി.

ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതു് ഒരു സർക്കിൾ ആണു്. O സെൻററായിട്ടാണു് അതു വരച്ചിരിക്കുന്നതു്. ഇങ്ങ



FIG-5

നെ വരയ്ക്കുവാൻ നിങ്ങൾ താഴത്തെ ക്ലാസ്സിൽ പഠിച്ചിട്ടുള്ളതാണു്. കോമ്പസസ് ഉപയോഗിച്ചു് എത്ര

സർക്കിൾ വേണമെങ്കിലും നിങ്ങൾക്ക വരയ്ക്കാം. അതി ന്റെ ചുററുമായിക്കാണുന്ന വളഞ്ഞ വരയാണ് സർക്കം ഫറൻസ് (Circumference). അതിന്റെ ഒരു ഭാഗം BC എന്നതു് ആർക്ക് (Arc) എന്നാണറിയപ്പെടുന്നതു്. AB എന്ന നേർവര സെൻററിൽകൂടി പോയി സർക്കം ഫറൻസിൽ സന്ധിക്കുന്നു. ഇതു് ഡയമീറററാണ്. OC എന്നതു് റേഡിയസ്സാണ്. ഇതു് ഡയമീററിന്റെ പകു തിയായിരിക്കും. ഈ കാര്യങ്ങളെല്ലാം നിങ്ങൾക്ക് അറിയാവുന്നതാണ്.

നമുക്ക് സർക്കിൾ രൂപത്തിലുള്ള കുറെ സാധനങ്ങൾ എടുത്തു് ടേപ്പുകൊണ്ടു് അവയുടെ സർക്കംഫറൻസും, ഡ യമീററും അളന്നു നോക്കാം. സർക്കിൾ രൂപത്തിലുള്ള 4 സാധനങ്ങളുടെ പേരു നിങ്ങൾക്ക് പറയുവാൻ കഴി യും. (1) ഒരു രൂപ നാണയം, (2) ടോർച്ചുലൈററിന്റെ ഒരററം (3) ചരുവത്തിന്റെ വായ്ഭാഗം. (4) സ്ത്രീകൾ ഇടുന്ന വള ഇവയെല്ലാം സർക്കിൾ രൂപത്തിലാണ്. ഈ വസ്തുക്കളിൽ സർക്കംഫറൻസിൽ ഒരടയാളം ഉണ്ടാക്കുക. ടേപ്പിലെ ഒരു സെ.മീ. കുറിക്കുന്ന ഭാഗം ഈ അടയാള ത്തിന്റെ നേരേ മുകളിൽ കൊള്ളിച്ചുവച്ചു്, ടേപ്പ് ആ വസ്തുവിൽ സ്പർശിച്ചു ചുററി, അടയാളത്തിന്മേൽ വീ ണ്ടും സ്പർശിക്കുന്ന ഭാഗം കാണുക. 1 സെൻറിമീററർ കുറിച്ചിരിക്കുന്നതിന്റെയും രണ്ടാമതു സ്പർശിച്ച അടയാള ത്തിന്റെയും ഇടയ്ക്കുള്ള ദൂരം ടേപ്പിൽ കണ്ടാൽ ആ വസ്തു വിന്റെ സർക്കംഫറൻസ് നിശ്ചയിക്കാം. 10-ാമത്തെ സെ.മീ. ആണ് രണ്ടാമതു് ആ വസ്തുവിലെ അടയാള ത്തെ സ്പർശിച്ചതെങ്കിൽ 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള 9 സെ. മീ. ആയിരിക്കും അതിന്റെ സർക്കംഫറൻസ്. ടേപ്പ് മേശമേൽ നിവർത്തിയിട്ടു് വസ്തു അതിന്മേൽ വച്ചു

നോക്കിയാൽ ഡയമീററും നിശ്ചയിക്കാം. അങ്ങിനെ നിശ്ചയിച്ചുണ്ടാക്കിയ പട്ടിക താഴെ ചേക്കുന്നു.

	വസ്തു	സൎക്കംഫറൻസ്	ഡയമീററർ	സൎക്കംഫറൻസ് / ഡയമീററർ
(1)	ചരുവം	119 സെ.മീ.	38 സെ.മീ.	119 ÷ 38 = 3.13
(2)	രൂപ	9 ,,	2.85 ,,	$\frac{9}{2.85}$ = 3.15
(3)	വള	21.5 ,,	6.85 ,,	$\frac{21.5}{6.85}$ = 3.14
(4)	ലൈററ്	23.5 ,,	7.5 ,,	$\frac{23.5}{7.5}$ = 3.15

അവസാനത്തെ കോളത്തിൽ കാണുന്ന സംഖ്യകൾ മിക്കവാറും എല്ലാ വസ്തുവിലും ഒന്നുതന്നെ എന്നു കാണാം. അവയുടെ ആവറേജ് 3.14 ആയിരിക്കും. ഇതിൽനിന്നും നമുക്കെന്തു മനസ്സിലാക്കാം? ഏതു വലിപ്പത്തിലുള്ള സൎക്കിൾ ആയിരുന്നാലും ശരി അതിന്റെ സൎക്കംഫറൻസിനെ അതിന്റെ ഡയമീററർ കൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന വില ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ ആയിരിക്കും—3.14. ഈ സ്ഥിരസംഖ്യ അറിയപ്പെടുന്നതു് π (പൈ) എന്ന ഗ്രീക്ക ലെററർ കൊണ്ടാണു്. സൎക്കംഫറൻസ് 'c' യും, ഡയമീററർ 'd' യും ആണെങ്കിൽ

$\frac{c}{d} = \pi$ ആയിരിക്കും

അഥവാ $c = \pi d$, ഡയമീറററിന്റെ 3.14 മടങ്ങു്.
$d = 2r$ ആകയാൽ, $c = 2\pi r$ എന്നും പറയാം.

അപ്പോൾ $c = \pi d$ എന്നോ, $c = 2\pi r$ എന്നോ ഉള്ള ഫോമുല ഓൎത്തുകൊള്ളണം.

[Note:—πയുടെ കൂടുതൽ ശരിയായ വില 3·1416 എന്നാണെങ്കിലും കണക്കു കൂട്ടുവാൻ 3·14 എന്നു എടുത്താൽമതി]

ഇതിൽ നിന്നു് ഒരു സൎക്കിളിൻെറ ഡയമീററരോ, റേഡിയസ്സോ തന്നാൽ സൎക്കംഫറൻസു കാണുവാനും, സൎക്കംഫറൻസ് തന്നാൽ ഡയമീററരോ റേഡിയസ്സോ, കാണുവാനും നമുക്കു കഴിയും.

$$\pi d = c \qquad \therefore d = c/\pi$$
$$2\pi r = c \qquad \therefore r = c/2\pi$$

ഉദാ: (1) 6 സെ.മീ. ഡയമീററുള്ള ഒരു സൎക്കിളിൻെറ സൎക്കംഫറൻസു് എന്തു്?

$$c = \pi d$$
$$= 3{\cdot}14 \times 6$$
$$= 18{\cdot}84$$

$\therefore$ സൎക്കംഫറൻസു് $= \underline{\underline{18{\cdot}84}}$ സെ.മീ.

ഉദാ: (2) 5 സെ.മീ. റേഡിയസ്സുള്ള ഒരു സൎക്കിളിൻെറ സൎക്കംഫറൻസ് കാണുക.

$$c = 2\pi r$$
$$= 2 \times 3.14 \times 5$$
$$= 10 \times 3{\cdot}14$$
$$= 31{\cdot}4$$

$\therefore$ സൎക്കംഫറൻസ് $= \underline{\underline{31{\cdot}4}}$ സെ.മീ.

ഉദാ: (3) 62.8 സെ.മീ. സൎക്കംഫറൻസുള്ള ഒരു സൎക്കിളിൻെറ റേഡിയസ്സ് എന്തു്?

$$r = \frac{c}{2\pi}$$

$$= \frac{62\cdot8}{2\times3.14}$$

$$= \frac{62\cdot8}{6\cdot28}$$

$$= 10$$

∴ റേഡിയസ്സ് $= \underline{10}$ സെ. മീ.

ഉദാ : (4) 15·7 സെ.മീ. സർക്കംഫറൻസുള്ള ഒരു സർക്കിളിൻെറ ഡയമീററർ എന്തു് ?

$$d = \frac{c}{\pi}$$

$$= \frac{15.7}{3.14}$$

$$= 5$$

∴ ഡയമീററർ $= \underline{5}$ സെ.മീ.

Exercise 27

1. താഴെ കാണുന്ന പട്ടികയിൽ ആദ്യത്തെ കാളത്തിൽ സർക്കിളിൻെറ റേഡിയസ്സാണു്. അതനുസരിച്ചുള്ള ഡയമീററർ രണ്ടാം കാളത്തിൽ പൂരിപ്പിക്കുക.

റേഡിയസ്	ഡയമീററർ
8 സെ.മീ.	—
10 സെ.മീ.	—
12.5 സെ.മീ.	—
15.3 സെ.മീ.	—

40.2 മീ.	—
84.8 മീ.	—
143.43 മീ.	—

2. താഴെ കാണുന്ന പട്ടികയിൽ ആദ്യത്തെ കാളത്തിൽ സർക്കിളിൻെറ ഡയമീററർ കാണാം. അതനുസരിച്ച് ഉള്ള റേഡിയസ് രണ്ടാമത്തെ കാളത്തിൽ പൂരിപ്പിക്കുക.

ഡയമീററർ	റേഡിയസ്
14 സെ.മീ.	—
24.8 സെ.മീ.	—
37.6 മീ.	—
45.5 മീ.	—
62 മീ.	—
230 മീ.	—
50.8 മീ.	—
120.9 മീ.	—
0.75 മീ,	—

3.	ഒരു സക്കിളിൻെറ ഡയമീററർ	10 സെ.മീ. സക്കംഫ്രൻസ്	എന്ത് ?
4.	,,	20 സെ.മീ,	,,
5.	,,	35 സെ.മീ.	,,
6.	,,	50 മീ.	,,
7.	,,	80 മീ.	,,
8.	,,	100 മീ.	,,
9.	,,	1 മീ. 20 സെ.മീ.	,,
10.	,,	2 മീ.50 സെ.മീ.	,,

11. ഒരു സർക്കിളിൻെറ റേഡിയസ്സ് 15 സെ.മീ. സർക്കംഫ്രൻസ്സ് എന്തു് ?
12. ,, 20 സെ.മീ. ,,
13. ,, 35 സെ.മീ. ,,
14. ,, 100 മീ. ,,
15. ,, 250 മീ.
16. 20 സെ.മീ. ഡയമീററുള്ള സർക്കിളിൻെറയും 25 സെ.മീ. ഡയമീററുള്ള സർക്കിളിൻെറയും സർക്കംഫറൻസു തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ എന്തു് ?

17. താഴെ കാണുന്ന പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക :—

സർക്കംഫറൻസ്	ഡയമീററർ
15·7 സെ.മീ.	—
47·1 സെ.മീ.	—
37·68 മീ.	—
78·5 മീ.	—

18. 30 മീററർ ഡയമീററുള്ള സർക്കുലറായ തോട്ടത്തിനു ചുററും വേലി കെട്ടുവാൻ എത്ര മീററർ വേലി വേണം ?

19. സർക്കുലറായ ഒരു ഉരുളൻ തടിയുടെ ചുററളവു് 125·6 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ തടിയുടെ വണ്ണം എത്ര് ? (വണ്ണം ഡയമീറററായിരിക്കും)

20. ഒരു സർക്കുലറായ രേഖയിൽ കൂടി ഒരു പ്രാവശ്യം ഓടിയാൽ 1 കി. മീററർ ദൂരം ആകുവാൻ സർക്കിളിൻെറ റേഡിയസ്സ് എന്തായിരിക്കണം? (ഉത്തരം ഒരു ഡസിമൽ സ്ഥാനത്തിനു് ശരിയായി കാണണം)

(*ii*) സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം:—

ചിത്രം നോക്കണം. 10 യൂണിററു റേഡിയസ്സുള്ള ഒരു സർക്കിൾ ഗ്രാഫ് കടലാസ്സിൽ വരച്ചിരിക്കുകയാണ്. സർക്കിളിൻെറ $\frac{1}{4}$ ഭാഗത്തിൽ എത്ര ചതുരശ്ര യൂണി

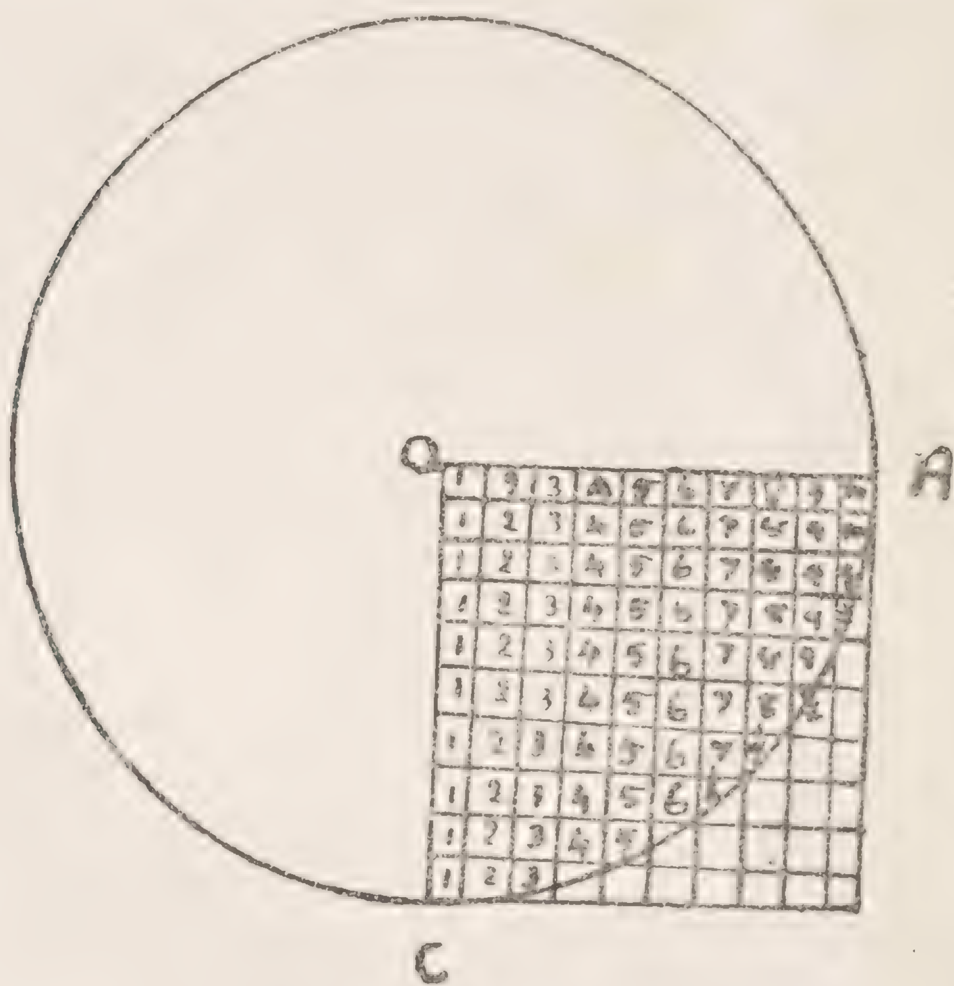


FIG 6

റുണ്ടെന്ന് എണ്ണിനോക്കണം. ഓരോവരിയിലും ഉള്ള സമചതുരങ്ങളും എണ്ണികുറിച്ചിരിക്കുകയാണ്. മുകളിൽ തുടങ്ങി കീഴോട്ട് 10, 10, $9\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{2}$, 9, $8\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$, 5, 3, അങ്ങിനെ ആകെ $78\frac{1}{2}$ ചതുരശ്ര യൂണിററുണ്ടായിരിക്കും. അപ്പോൾ ഒരു പൂർണ്ണ സർക്കിൾ $78\frac{1}{2} \times 4 = 3.14$ ച. യൂണിററുണ്ട്. 10 യൂണിററ് റേഡിയസ്സുള്ള ഒരു സക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം 314 ചതുരശ്ര യൂണിററായിരിക്കും.

$\pi = 3.14$ ആകയാൽ 314 എന്നതു് $\pi \times 100$ ആയിരിക്കും. റേഡിയസ്സ് 10 ആകയാൽ $\pi \times 100$ എന്നതു് $\pi \times 10 \times 10$ അഥവാ $\pi\ 10^2$ ആണെന്നു വരുന്നു. അങ്ങിനെ 10 റേഡിയസ്സുള്ള ഒരു സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം $\pi \times 10^2$ ആണു്. റേഡിയസ്സ് 12 ആയിരുന്നെങ്കിൽ വിസ്തീർണ്ണം $\pi \times 12^2$ ആയിരുന്നേനേ. പൊതുവിൽ പറഞ്ഞാൽ റേഡിയസ്സ് r ആയാൽ വിസ്തീർണ്ണം πr^2 ആയിരിക്കും. r യൂണിററു റേഡിയസ്സുള്ള ഒരു സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം $A = \pi r^2$ ചതുരശ്ര യൂണിററായിരിക്കും. ഈ ഫോർമുലായും ഓർത്തുകൊള്ളണം. ഈ ഫോർമുല ഉപയോഗിച്ച് ഒരു സർക്കിളിൻെറ റേഡിയസ്സ് തന്നാൽ അതിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം നമുക്കു കാണുവാൻ കഴിയും.

ഉദാ : (1) 5 സെ. മീ. റേഡിയസ്സുള്ള ഒരു സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

$$A = \pi r^2$$
$$= 3.14 \times 5 \times 5 \text{ ച.സെ.മീ.}$$
$$= 3.14 \times 25 \text{ ച.സെ.മീ.}$$
$$= 78.5 \text{ ച.സെ.മീ.}$$

∴ സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം } = 78.5 ച.സെ.മീ.

ഉദാ : (2) 157 മീ. സർക്കംഫറൻസുള്ള സർക്കുലറായ ഒരു കളിസ്ഥലത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?

സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം കാണുവാൻ റേഡിയസ്സ് വേണം. അതു തന്നിട്ടില്ല. എന്നാൽ സർക്കംഫറൻസ് തന്നിട്ടുണ്ടു്. അതിൽനിന്നു് റേഡിയസ്സ് കാണുവാൻ നിങ്ങൾക്കു് അറിയാം.

$$r = \frac{c}{2\pi} \quad c = 157$$

$$\therefore r = \frac{157}{2 \times 3.14}$$

$$= \frac{157}{6.28} = 25 \text{ മീ.}$$

$\therefore$ വിസ്തീർണ്ണം $= \pi r^2 = 3.14 \times 25 \times 25$ ച.മീ.
1962.5 ച.മീ.

$\therefore$ സക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം $=$ 1962.5 ച.മീ.

ഉദാ : (3) 4 മീററർ റേഡിയസ്സുള്ള സക്കുലറായ ഒരു പൂന്തോട്ടത്തിനു വെളിയിൽ 1 മീററർ വീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ടെങ്കിൽ പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?

ചിത്രം നോക്കണം. പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുവാൻ വലിയ സക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണത്തിൽ നിന്നു് ചെറിയ സക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം കുറച്ചാൽ മതി. ചെറിയ സക്കിളിൻെറ റേഡിയസ് OA അറിയാം 4 മി.

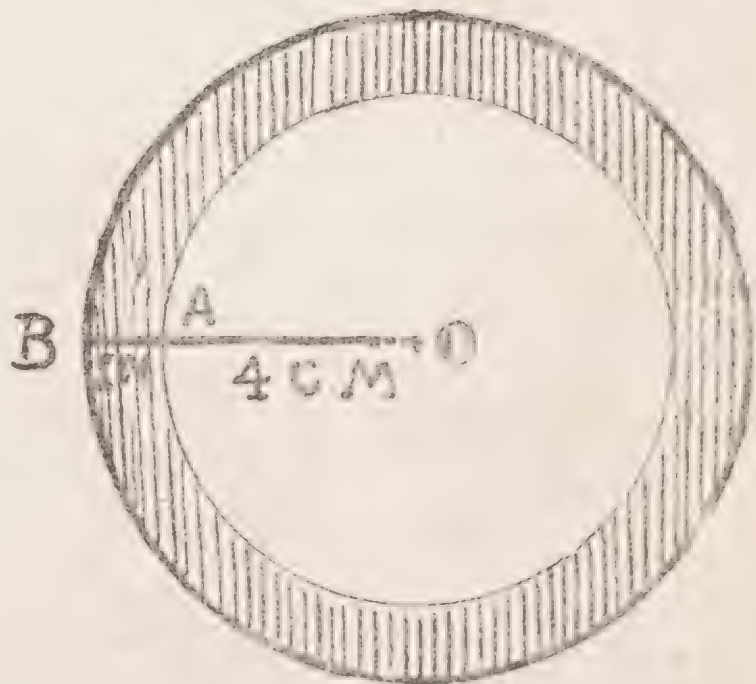


FIG 7

അതിൻെറ കൂടെ പാതയുടെ വീതിയായ 1 മീററർ (AB) കൂടെ കൂട്ടിയാൽ OB കിട്ടും ; 4+1 മീററർ = 5 മീററർ.

അപ്പോൾ വലിയ സർക്കിളിൻെറ റേഡിയസ് 5 മീററർ ആയിരിക്കും.

വലിയ സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം $=\pi \times 5 \times 5$ ച.മീ.

$=25\pi$ ച.മീ.

ചെറിയ ,, ,, $=\pi \times 4 \times 4$ ച.മീ.

$=16\pi$ ച.മീ.

$\therefore$ പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം $=25\pi - 16\pi$ ച.മീ.

$=9\pi$ ച.മീ.

$=9 \times 3.14$ ച.മീ.

$=28.26$ ച.മീ.

[കുറിപ്പ് :— ഓരോ സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം ചതുരശ്ര മീററിൽ കണ്ടു് കുറച്ചു് പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം നിശ്ചയിക്കുന്നതിലും എളുപ്പമാണു് പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം ഇത്ര π എന്നു കണ്ടശേഷം ഉത്തരം കാണുന്നതു്.]

ഒരു പൂർണ്ണമായ സർക്കിളിൻെറ നേർപകുതിയായ രൂപം നിങ്ങൾക്കു് പരിചിതമായിരിക്കും. നിങ്ങളുടെ പ്രൊട്രാക്ടർ ആ രൂപമാണു്. അർദ്ധചന്ദ്രനെ നിങ്ങൾ കണ്ടുകാണും. അതേ ആകൃതിയിൽ പർപ്പടകത്തിൻെറ പകുതി, നേന്ത്രക്കാ ഉപ്പേരി, മടക്കിയ ദോശ ഇവയെല്ലാം ഏതാണ്ടു് ആ രൂപത്തിലായിരിക്കും. ഈ രൂപങ്ങൾക്കു് ‘ സെമിസർക്കിൾ ’ (Semi Circle) സർക്കിളിൻെറ പകുതി എന്നാണു് പേരു്. അപ്പോൾ ഒരു സെമിസർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം, ഒരു മുഴുവൻ സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണത്തിൻെറ പകുതിയായിരിക്കും—$\frac{1}{2}\pi r^2$.

ഉദാ : (4) 10 മീററർ വീതിയുള്ള ഒരു തോട്ടത്തിൻെറ വീതിവശത്തു സെമിസൎക്കിൾ രൂപത്തിൽ ഒരു തിട്ടയുണ്ടാക്കുന്നു. തിട്ടയുടെ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?



FIG 8

സെമിസൎക്കിളിൻെറ ഡയമീററർ } = 10 മീ. ആയിരിക്കും

∴ ,, ,, റേഡിയസ്സ് = 5 മീ.

,, ,, വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2}\pi \times 5 \times 5$ ച.മീ.

$= \frac{1}{2} \times 3.14 \times 25$ ച.മീ.

$= 39.25$ ച.മീ.

Exercise 28

1. താഴെക്കാണുന്ന റേഡിയസ്സുള്ള സൎക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. റേഡിയസ്സ് (*a*) 2 മീ., (*b*) 3 സെ.മീ.; (*c*) 6 സെമീ. (*d*) 10 മീ. (*e*) 20 മീ.

2. 1-ാം ചോദ്യത്തിൽ സൎക്കിൾ (*e*) യുടെ റേഡിയസ്സ്, സൎക്കിൾ (*d*)യുടെ റേഡിയസ്സിൻെറ ഇരട്ടിയാണു്. അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണം ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

3. താഴെക്കാണുന്ന ഡയമീററുള്ള സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.—

(*a*) 2 മീ., (*b*) 8 മീ., (*c*) 20 മീ., (*d*) 30 മീ.. (*e*) 50 മീ.

4. 12 മീററർ ഡയമീററും, 24 മീററർ ഡയമീററും ഉള്ള സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു റേഷ്യോയിൽ?

5. 4 സെ. മീ., 8 മി.മീ. വീതം ഡയമീററുള്ള സക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം ഏതു റേഷ്യോയിൽ?

6. താഴെക്കാണുന്ന ഡയമീററുള്ള സെമിസർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു്?

(*a*) 40 മീ., (*b*) 50 മീ. (*c*) 60 മീ., (*d*) 100 മീ., (*e*) 200 മീ.

7. 12 സെ.മീ. ഒരു വശമുള്ള സമചതുരത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണവും 12 സെ. മീ. ഡയമീററുള്ള ഒരു സക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണവും ഏതു റേഷ്യോയിൽ?

8. 60 സെ.മീ. നീളം, 70 സെ. മീ. വീതിയുള്ള ഒരു വർണ്ണക്കടലാസിൽനിന്നു് 4 സെ. മീ. ഡയമീററുള്ള എത്ര സർക്കിറം വെട്ടിയെടുക്കാം? ശേഷിക്കുന്ന കഷണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു്?

9. 1 മീ. 60 സെ.മീ. നീളം, 70 സെ.മീ. വീതിയുള്ള ഒരു പിച്ചളത്തകിടിൽനിന്നു് 10 സെ.മീ. ഡയമീററുള്ള 20 സക്കിറം വെട്ടിയെടുക്കുന്നു. ശേഷിക്കുന്ന തകിടിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു്?

10. 30 സെ.മീ. റേഡിയസ്സുള്ള സർക്കിറം രൂപത്തിലായ ഒരു ചെമ്പുതകിടിൽ നിന്നും ആ തകിടിൻെറ സെൻറർ, സെൻററായി 20 സെ.മീ. ഡയമീററുള്ള ഒരു സർക്കിറം വെട്ടിയെടുത്താൽ ശേഷിക്കുന്ന തകിടിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു്?

11. 20 മീററർ ഡയമീററർ സർക്കിൾ രൂപത്തിലുള്ള ഒരു തോട്ടത്തിന്നു ചുററും വെളിയിൽ 2 മീററർ വീതിയിൽ പാതയുണ്ടെങ്കിൽ പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?

12. 11-ാം ചോദ്യത്തിൽ തോട്ടത്തിന്നുള്ളിലാണു് പാതയെങ്കിൽ പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?

13. താഴെ ഒന്നാം കാളത്തിൽ സർക്കുലറായ കുറെ സ്ഥലങ്ങളുടെ റേഡിയസ്സും, രണ്ടാം കാളത്തിൽ അവയ്ക്കു പുറമേയുള്ള പാതകളുടെ വീതിയും ആണു്. പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടു് മൂന്നാം കാളം പൂരിപ്പിക്കുക.

റേഡിയസ്:—	3 മീ.	4 മീ.	6 മീ.	8 മീ.	17 മീ.
പാതയുടെ വീതി :—	1 ,,	1 ,,	2 ,,	2 ,,	3 ,,
പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം :—	—	—	—	—	—

14. ഒരു സമചതുരത്തിൻെറ നാലു വശങ്ങളിലും വെളിയിൽ സെമിസക്കിൾ നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്നു — ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നമാതിരി —സമചതുരത്തിൻെറ വശത്തിൻെറ നീളം 20 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ, സെമിസക്കിൾ ഉൾപ്പെടെയുള്ള സ്ഥലത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

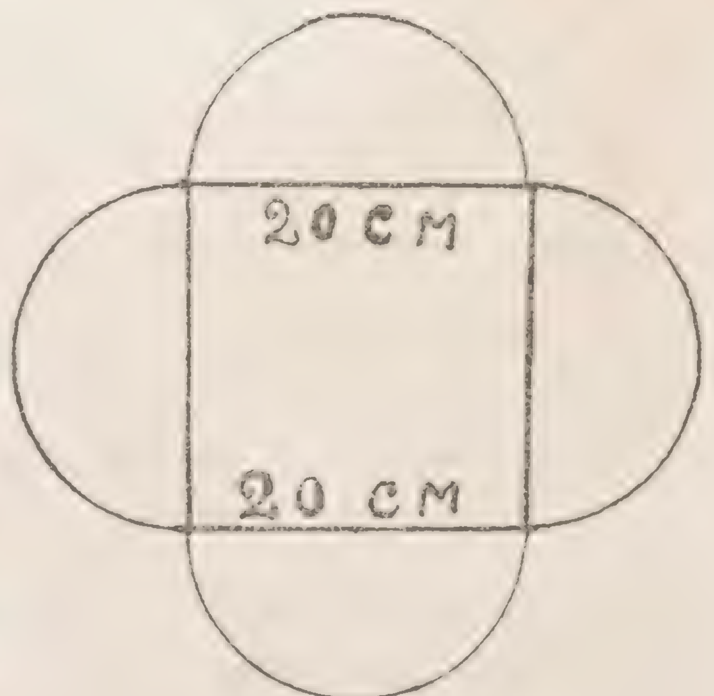


FIG 9

15. 1 മീററർ നീളം 60 സെ.മീ. വീതിയുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയായ പിച്ചളത്തകിടിൻെറ നാലു മൂലയിൽ നിന്നും ചിത്രത്തിൽ കാണുന്ന

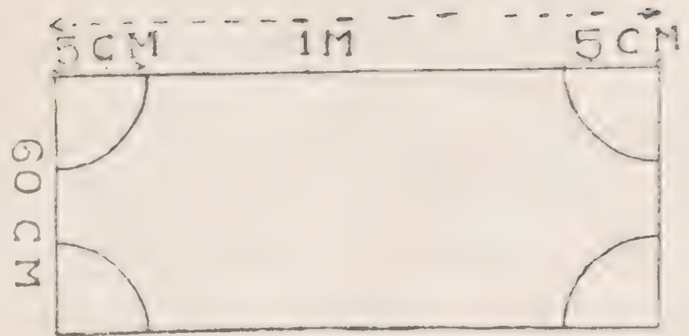


FIG 10

മാതിരി 5 സെ. മീ. റേഡിയസ്സിൽ സക്കിളിൻെറ കാൽഭാഗം വീതം വെട്ടിയെടുത്താൽ ശേഷിക്കുന്ന തകിടിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?

16. ഒരു ബാലവിഹാരത്തിൽ 2 മീററർ ഡയമീററിൽ സക്കിൾ രൂപത്തിൽ 10 പുൽത്തിട്ട ഉണ്ടാക്കുവാൻ ചതുരശ്രമീറററിനു് 50 ന.പ. വച്ചു് എന്തു ചെലവാകും ?

17. 55 മീററർ നീളം 30 മീററർ വീതിയുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയായ ഒരു പുരയിടത്തിൽ 4 മീററർ ഡയമീറററിൽ സക്കുലറായ ഒരു കിണറുണ്ടു്. കിണറൊഴിച്ചുള്ള ഭാഗം കിളക്കുവാൻ ച. മീററിനു് 2 ന.പ. വച്ചു് എന്തു കൂലി കൊടുക്കണം ?

18. 47.1 സെ. മീ. സക്കംഫറൻസുള്ള ഒരു വട്ടച്ചരുവത്തിൻെറ ചുവടു് പുത്തനായി വെട്ടി ഇടുവാൻ വേണ്ട ചെമ്പുതകിടിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?

19. ഒരു സക്കുലറായ തോട്ടത്തിനു ചുററും ഒരു വരി മുള്ളുകമ്പി ഇടുവാൻ 157 മീററർ കമ്പി വേണമെങ്കിൽ തോട്ടത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?

20. 62.8 മീ. സർക്കംഫറൻസുള്ള ഒരു സർക്കിളിൻെറ സക്കംഫറൻസും വിസ്തീർണ്ണവും തമ്മിലുള്ള റേഷ്യോ എന്തു് ?

അദ്ധ്യായം 12

വ്യാപ്തം (Volume)

നീളം അളക്കുവാൻ സെ.മീ., മീറ്റർ എന്നീ തോത്തുകളും, വിസ്തീർണ്ണം അളക്കുവാൻ ചതുരശ്ര സെൻറിമീറ്റർ, ചതുരശ്രമീറ്റർ എന്നീ തോത്തുകളും ഉണ്ടെന്ന് നാം പഠിച്ചു. അടുത്തതായി നമുക്ക് മറ്റൊരു പ്രശ്നം പരിശോധിക്കാം.

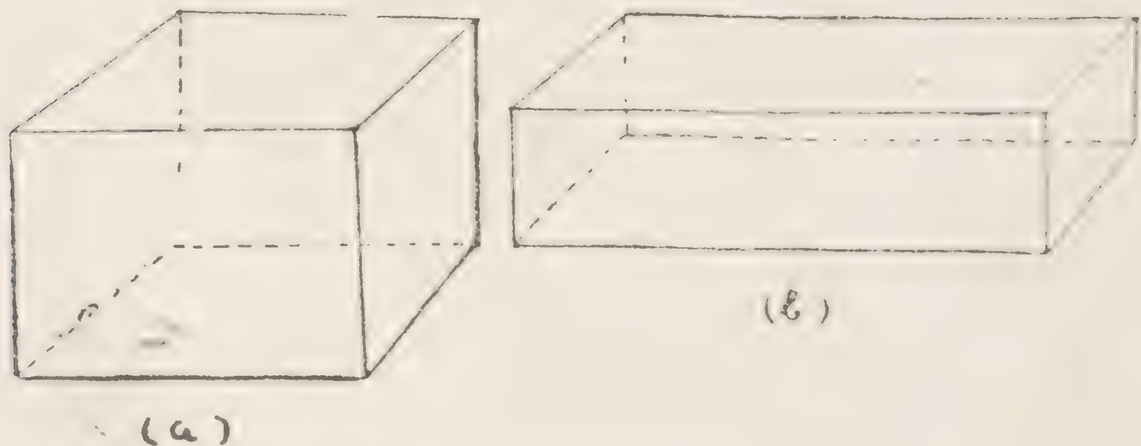


FIG 11

ചിത്രത്തിൽ കാണുന്ന രണ്ടു പെട്ടികളിൽ ഏതാണ് വലുതെന്ന് നിശ്ചയിക്കുന്നതെങ്ങനെയാണ്? ഏതു പെട്ടിയിലാണ് കൂടുതൽ കോളുകൊള്ളുന്നതെന്നറിയുകയായിരിക്കും വലിപ്പം നിശ്ചയിക്കുവാനുള്ള മാർഗ്ഗം. ഓരോ പെട്ടിയിലും നിറയെ വെള്ളമോ, പൊടിമണ്ണോ എടുത്ത്, ആ വെള്ളമോ, മണ്ണോ ഒരു ചെറിയ കപ്പു കൊണ്ടു് അളന്നുനോക്കിയാൽ ഏതിലാണ് കൂടുതൽ വെള്ളം അല്ലെങ്കിൽ മണ്ണു കൊള്ളുന്നതു് എന്നു കാണാം. കൂടുതൽ കൊള്ളുന്ന പെട്ടിയായിരിക്കും വലുതു്. അപ്പോൾ വലിപ്പം എന്നതു് പെട്ടിയുടെ കോള് അഥവാ വ്യാപ്തം (Volume) ആണ്. നാം ഉപയോഗിക്കുന്ന കപ്പ് ഒരേ അളവിൽ ഉള്ളതാണെങ്കിൽ മാത്രമെ പൊതുവെ സ്വീകാര്യമായ ഒരു തോതാകയുള്ളൂ. നീളം അളക്കുവാൻ സെൻറിമീറ്റർ, മീറ്റർ ഇവയും വിസ്തീർണ്ണം അളക്കുവാൻ ചതുരശ്ര സെൻറിമീറ്റർ, ചതുരശ്ര മീറ്റർ

ഇവയും പോലെ വ്യാപ്തം അളക്കുവാൻ ഒരു പ്രത്യേക തോതുണ്ട്. ഒരു സെ.മീ. നീളവും. ഒരു സെ.മീ. വീതിയും ഒരു സെ.മീ. ഉയരവും ഉള്ള സമചതുരക്കട്ടകളോ, നീളവും, വീതിയും, ഉയരവും ഒരു മീററർ വീതമുള്ള സമചതുരക്കട്ടകളോ വ്യാപ്തത്തിൻെറ തോതായി എടുക്കാം. ഈ സമചതുരക്കട്ടകളിൽ അടങ്ങിയിരിക്കുന്ന വസ്തുവിൻെറ അളവിനു് 1 ഘന സെൻറീമീററർ, 1 ഘനമീററർ എന്നിങ്ങനെയാണു് പേരു്. അപ്പോൾ വ്യാപ്തം അളക്കുവാനുള്ള തോതു് ഘന സെൻറീമീററർ, ഘനമീററർ എന്ന വയാണു്. ഒരു ഘന സെൻറീമീററർ തോതു് ചിത്രത്തിൽ കാണാം.

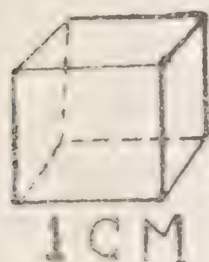


FIG.12

A. നീളം, വീതി, ഉയരം എന്നിവ അറിയാമെങ്കിൽ ഒരു ചതുരക്കട്ടയുടെ വ്യാപ്തം നിർണ്ണയിക്കുന്നതെങ്ങിനെ ?

കുറെ സെ.മീ. സമചതുരക്കട്ടകൾ (ക്യൂബുകൾ) എടുത്തു് ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നമാതിരി അടുക്കുക.

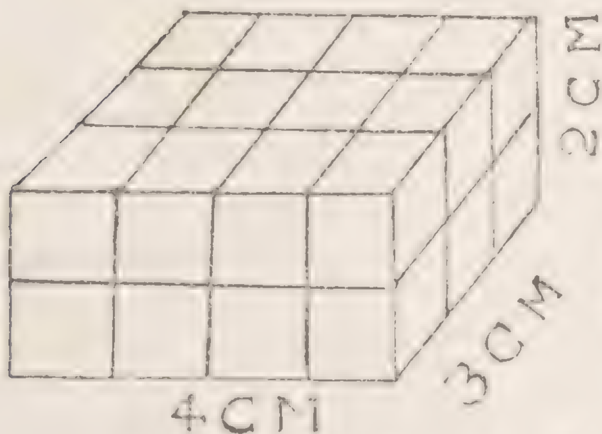
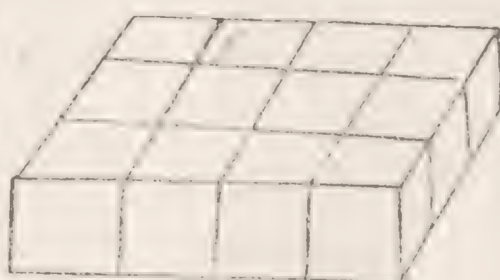


FIG 13 (a)



13 (b)



13 (c)

ശരിയായി അടുക്കാമെങ്കിൽ അവയെല്ലാംകൂടി ററ ചതുരക്കട്ടയായി തോന്നും. അപ്രകാരം ചേത്തുവച്ചുണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിലെ (a) എന്ന ചതുരക്കട്ടയ്ക്ക് 4 സെ.മീ. നീളം, 3 സെ.മീ. വീതി., 2 സെ.മീ. ഉയരം ഉള്ളതായിക്കാണാം. ഇതിൽ എത്ര സെ. മീ. ക്യൂബ്യുകൾ ഉണ്ടെന്നു പരിശോധിക്കണം. രണ്ടട്ടിയുള്ളതിൽ ഒന്നു് പ്രത്യേകം ചിത്രത്തിൽ (b) കാണാം. ആ അട്ടിയിൽ മൂന്നുവരി ക്യൂബ്യുകൾ ഉണ്ടു്. ഒരു വരിയുടെ ചിത്രം (c) പ്രത്യേകം കാണാം. അതിൽ 4 ക്യൂബ്യുകൾ ഉണ്ടു്. അങ്ങിനെ മൂന്നു വരിയുള്ള ഒരട്ടിയിൽ 4×3 ക്യൂബ്യുകളുണ്ടു്. അപ്രകാരമുള്ള 2 അട്ടിയാണു് ചതുരക്കട്ടിയിലുള്ളതു്. അപ്പോൾ ആകെ $4 \times 3 \times 2$ ക്യൂബ്യുകളാണു് അതിൽ അടുക്കിയിരിക്കുന്നതു്. ആയതിനാൽ 4 സെ.മീ. നീളം, 3 സെ.മീ. വീതി, 2 സെ.മീ. ഉയരമുള്ള ഒരു ചതുരക്കട്ടയിൽ $4 \times 3 \times 2$ ക്യൂബ്യുകൾകൊള്ളും: അഥവാ അതിൻെറ വ്യാപ്തം $4 \times 3 \times 2$ ഘന സെൻറീമീററരായിരിക്കും. കാരണം ഓരോ ക്യൂബ്യും ഒരു ഘന സെൻറീമീററർ വീതമാണു്.

6 സെ.മീ. നീളം, 5 സെ.മീ. വീതി, 3 സെ.മീ. ഉയരമുള്ള ഒരു ചതുരക്കട്ടയിൽ എത്രഘന സെൻറീമീററർ കാണും? ഒരു വരിയിൽ 6 എണ്ണം ചേന്ന 5 വരിയോടുകൂടിയ ഒരട്ടിയിൽ 6×5 എണ്ണം: അതുമാതിരി 3 അട്ടിയിൽ $6 \times 5 \times 3$ എണ്ണം കാണും. ഇവിടെ 6 സെ.മീ. നീളവും, 5 സെ.മീ. വീതിയും, 3 സെ.മീ. ഉയരവും ആകയാൽ ചതുരക്കട്ടയുടെ വ്യാപ്തം, $6 \times 5 \times 3$ ഘ.സെ.മീ. ആയിരിക്കും. നീളം, വീതി, ഉയരം ഇവ സെൻറീമീററരിലാണെങ്കിൽ വ്യാപ്തം ഘന സെൻറീമീററും ഈ മൂന്നളവും മീററരിലാണെങ്കിൽ, വ്യാപ്തം ഘനമീററരിലും ആയിരിക്കും. മൂന്നളവും ഒരേ തോതിലായിരിക്കണം. അപ്പോൾ പൊതുവിൽ ഒരു ചതുരക്കട്ടയുടെ നീളം l, വീതി b, ഉയരം h. ആണെങ്കിൽ അതിൻെറ വ്യാപ്തം $V = l \times b \times h = lbh$. ആയിരിക്കും.

നീളം × വീതി (lb) എന്നതു പാദവിസ്തീർണ്ണമാകയാൽ lb × h എന്നതു് പാദവിസ്തീർണ്ണം × ഉയരം എന്നു പറയാം. അപ്പോൾ

V=പാദവിസ്തീർണ്ണം × ഉയരം

=A × h (A എന്നതു് പാദവിസ്തീർണ്ണം—lb)

ഘനമീററും ഘനസെൻറീമീററും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

1 ഘനമീററർ =100 × 100 × 100 ഘന സെ. മീ.
=1000000 (പത്തുലക്ഷം) ഘന സെ. മീ.

1 ഘനഡെസിമീററർ=10 × 10 × 10 ഘന സെ.മീ.
=1000 ഘന സെ. മീ. ഈ

അളവിനാണു് 1 ലിററർ എന്നു പറയുന്നതു്. അപ്പോൾ ഒരു ലിററർ എന്നതു് 1000 ഘന സെ.മീ. അഥവാ ഒരു ഘനഡെസിമീററർ ആയിരിക്കും—10 സെ.മീ. നീളം, 10 സെ.മീ. വീതി, 10 സെ.മീ. ഉയരമുള്ള ഒരു ചതുരപ്പെട്ടിയുടെ വ്യാപ്തം എന്നർത്ഥം. ദ്രാവകം, ധാന്യം മുതലായവ അളക്കുന്ന തോതു് ലിററർ ആണു്. ദ്രാവകം അളക്കുന്ന ലിററർ പാത്രത്തിൽ വെള്ളം നിറച്ചു് നീളം, വീതി, ഉയരം ഇവ ഒരു ഡെസിമീററർ വീതമുള്ള ഒരു ചതുരപ്പാത്രത്തിൽ ഒഴിച്ചുനോക്കി പരിശോധിക്കണം. കൃത്യമായി കൊള്ളുന്നതു് കാണാം.

അതുപോലെ ഒരു ലിററർ ശുദ്ധജലം തൂക്കിയും നോക്കണം. അതിൻെറ തൂക്കം ഒരു കിലോഗ്രാം ആയിരിക്കും. അങ്ങനെ ദ്രാവകം, ധാന്യം ഇവ അളക്കുവാനുള്ള തോതു് ലിററും, കട്ടിയായ സാധനങ്ങളുടെ വ്യാപ്തത്തിൻെറ തോതു് ഘന സെ.മീ. ഘന ഡെസി. മീററർ, ഘന.മീററർ എന്നിവയും ആയിരിക്കും. ഈ പുസ്തകത്തിൽ ആദ്യം തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക നോക്കുക.

ഉദാ : (1) ഒരു ചതുരക്കട്ടയുടെ രൂപത്തിലുള്ള തടിക്കഷണത്തിനു 24·75 സെ.മീ. നീളം, 17·5 സെ.മീ. വീതി, 12 സെ.മീ. ഉയരമുണ്ടു്. അതിൻെറ വ്യാപ്തമെന്തു് ?

വ്യാപ്തം = lbh
= 24·75 × 17·5 × 12 ഘന സെ.മീ.
= 24·75 × 210 ,,
= 5197·5 ,,

ഉദാ : (2) ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു സിമൻറു തൊട്ടിയുടെ ഉള്ളിലെ നീളം 1 മീ., വീതി 80 സെ.മീ., ഉയരം 60 സെ. മീ. അതിൽ എത്ര ലിററർ വെള്ളം കൊള്ളും ?

തൊട്ടിയുടെ ഉൾവ്യാപ്തം = നീളം × വീതി × ഉയരം
= 100 × 80 × 60 ഘന സെ. മീ.

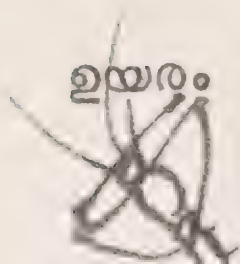
$= \frac{100 \times 80 \times 60}{1000}$ ലിററർ

= 480 ലിററർ

ഉദാ : (3) 5 ആർ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു പുരയിടം ആവറേജ് 30 സെ. മീ. ഉയർത്തുവാൻ വേണ്ട മണ്ണിൻെറ വ്യാപ്തമെന്തു് ?

പുരയിടത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം = 5 ആർ = 500 ച. മീ.

ഉയരം = 30 സെ.മീ. = $\frac{3}{10}$ മീ.



അത്രയും ഉയരാൻ വേണ്ട മണ്ണിൻെറ വ്യാപ്തം } $\frac{3}{10}$ ഘ.മീ.

= 150 ഘ.മീ.

ഉദാ : (4) 20 മീ. നീളം, 2 മീററർ ഉയരം, 30 സെ. മീ. കനമുള്ള ഒരു മതിൽ കെട്ടുവാൻ 20 സെ.മീ. നീളം, 12 സെ. മീ. വീതി, 8 സെ. മീ. കനമുള്ള എത്ര ഇഷ്ടിക വേണം ?

മതിലിൻെറ വ്യാപ്തം $= 20 \times 100 \times 2 \times 100 \times 30$ ഘന സെ. മീ.

1 ഇഷ്ടികയുടെ ,, $= 20 \times 12 \times 8$ ഘന സെ.മീ.

മതിൽ കെട്ടുവാൻവേണ്ട ഇഷ്ടികയുടെ എണ്ണം $= \frac{20 \times 100 \times 2 \times 100 \times 30}{20 \times 12 \times 8}$

$= \underline{\underline{6250}}$

Exercise 29

1. താഴെക്കാണുന്ന അളവുകളുള്ള ചതുരക്കട്ടകളുടെ വ്യാപ്തം കാണുക.—

	നീ.	വീ.	ഉയരം		നീ.	വീ.	ഉയരം
(1)	2 cm	2 cm	1 cm	(2)	9 cm	5 cm	2 cm
	3 ,,	2 ,,	2 ,,		8 ,,	6 ,,	3 ,,
	4 ,,	3 ,,	2 ,,		7 ,,	5 ,,	4 ,,
	5 ,,	3 ,,	3 ,,		10 ,,	2 ,,	3 ,,
	6 ,,	4 ,,	2 ,,		11 ,,	3 ,,	2 ,,

	നീ.	വീ.	ഉയരം		നീ.	വീ.	ഉയരം
(3)	8 cm	$3\frac{1}{2}$ cm	1 cm	(4)	5 മീ.	$3\frac{1}{2}$ മീ.	$8\frac{1}{2}$ മീ.
	10 ,,	2 ,,	$1\frac{1}{2}$,,		8 ,,	$4\frac{1}{2}$,,	$2\frac{1}{2}$,,
	12 ,,	$5\frac{1}{2}$,,	2 ,,		$10\frac{1}{2}$,,	$8\frac{1}{2}$,,	4 ,,
	18 ,,	3 ,,	$3\frac{1}{2}$,,		$12\frac{1}{4}$,,	$5\frac{1}{2}$,,	8 ,,
	20 ,,	$7\frac{1}{2}$,,	4 ,,		$20\frac{1}{8}$,,	10 ,,	$4\frac{1}{2}$,,

2. താഴെ തരുന്ന അളവുകളുള്ള ചതുരക്കട്ടകളുടെ വ്യാപ്തം നിർണ്ണയിച്ച് കാളം പൂരിപ്പിക്കുക :—

നീളം	12 മീ.	18 മീ.	6 മീ.	62 മീ.	80 സെ.മീ.
വീതി	8 ,,	17 ,,	36 ,,	40 ,,	52 ,,
ഉയരം	10 ,,	14 ,,	19 ,,	19 ,,	25 ,,
വ്യാപ്തം	——	——	——	——	——

3. താഴെ കാണുന്ന അളവുകളുള്ള ചതുരക്കട്ടകളുടെ വ്യാപ്തം നിർണ്ണയിക്കുക.—

	നീളം	വീതി	ഉയരം
(*a*)	$7\frac{1}{2}$ മീ.	6 മീ.	60 സെ.മീ.
(*b*)	1 ,,	40 സെ.മീ.	9 ,,
(*c*)	$12\frac{1}{2}$ സെ.മീ.	$6\frac{1}{2}$,,	$4\frac{1}{2}$,,
(*d*)	$3\frac{1}{2}$ മീ.	$1\frac{1}{4}$ മീ.	$2\frac{1}{2}$ മീ.

4. 40 മീ. നീളം, $2\frac{1}{2}$ മീ. വീതി, 6 മീ. ആഴത്തിൽ ഒരു കിടങ്ങുകുഴിക്കുവാൻ ഘനമീററിന് 65 ന. പ. വച്ച് എന്തു ചെലവാകും ?

5. 60 മീ. നീളം, 3 മീററർ ഉയരം, 50 സെ.മീ. കനമുള്ള ഒരു മതിൽ റബ്ബിളിൽ പണിയുവാൻ വേണ്ട റബ്ബിളിന് എന്തു വിലയാകും ? (1 ഘ.മീ. റബ്ബിളിന് 8 രൂ. 50 ന.പ. വില.)

6. ഒരു ചെമ്പുതകിടിന് 1.65 മീററർ നീളവും, 1 മീററർ വീതിയും 2 മി. മീററർ കനവും ഉണ്ട്. 1 ഘന സെ.മീ. ചെമ്പിന് 8.8 ഗ്രാം തൂക്കമുണ്ടെങ്കിൽ ആ തകിടിന്റെ തൂക്കമെന്ത്?

7. ഒരു ലോഹത്തകിടിന് 5 മീ. നീളം, 2.53 മീ. വീതി, 2 മി.മീ. കനം ഉണ്ട്. ഒരു ഘന സെ.മീ. ലോഹത്തിന് 7.2 ഗ്രാം തൂക്കമുണ്ടെങ്കിൽ ആ തകിടിന്റെ ഭാരം എന്ത്?

8. 20 മീ. നീളം, 3 സെ.മീ. വീതി, $\frac{1}{2}$ സെ.മീ. കനമുള്ള ഒരു ഇരുമ്പുപാളത്തിന്റെ തൂക്കമെന്ത്? (1 ഘന സെ.മീ. ഇരുമ്പിന് 7.9 ഗ്രാം തൂക്കമുണ്ട്.)

9. 18.8 സെ.മീ. നീളം, 18.4 സെ.മീ. വീതി, 10.6 സെ.മീ. ഉയരമുള്ള ഒരു ചതുരാകൃതിയായ തൊട്ടിയിൽ, 6.2 സെ.മീ. ഉയരത്തിൽ വെള്ളമുണ്ട്. വെള്ളത്തിന്റെ വ്യാപ്തമെന്ത്? എത്ര ഘന സെ. മീ. വെള്ളം കൂടി ഒഴിച്ചാൽ തൊട്ടി നിറയും?

10. താഴെകാണുന്ന അളവുകളിൽ ചതുരക്കട്ട രൂപത്തിലുള്ള തൊട്ടികളിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളംകൊള്ളും?

	നീളം	വീതി	ഉയരം
(*a*)	20 സെ.മീ.	20 സെ.മീ.	20 സെ.മീ.
(*b*)	40 ,,	20 ,,	20 ,,
(*c*)	64 ,,	30 ,,	20 ,,
(*d*)	26 ,,	18 ,,	18 ,,
(*e*)	80 ,,	50 ,,	30 ,,

11. ഒരു പെട്രോൾ ടാങ്കിന് 4 മീ. നീളം, 1.5 മീ. വീതി, 1 മീററർ ആഴം ഉണ്ടെങ്കിൽ അതിൽ എത്ര ലിററർ പെട്രോൾ നിറയ്ക്കാം?

12. ഒരു മണ്ണെണ്ണ ടിന്നിൻെറ ഉള്ളളവ് 38 സെ.മീ. ×23 സെ. മീ. ×23 സെ. മീ. ആയാൽ അതിൽ എത്ര ലിററർ എണ്ണ കൊള്ളും ?

13. ഒരു അറയുടെ അകത്തെ അളവ് 3 മീ. × 2 മീ. × 2 മീ. ആണെങ്കിൽ അതിൽ എത്ര കി. ലിററർ നെല്ല് കൊള്ളും ? (1000 ലിററർ=1 കി.ലിറ്റർ)

14. 2.76 ആർ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ദീർഘചതുരമായ ഒരു പുരയിടം ആവറേജ് 20 സെ.മീ. ഉയർത്തുവാൻ വേണ്ട മണ്ണിൻെറ വ്യാപ്തമെന്ത് ?

15. 1.5 ആർ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള സമചതുരാകൃതിയായ ഒരു സ്ഥലത്തുനിന്നും ആവറേജ് അര മീററർ താഴ്ത്തി മണ്ണ് മാററണം. മാറേറണ്ട മണ്ണിൻെറ വ്യാപ്തം എന്ത് ? ഒരു ഘനമീററർ മണ്ണ് മാററുവാൻ 2 രൂ. 88 ന.പ. ചിലവായാൽ ആ പുരയിടത്തിലെ മൺവേലയ്ക്കുള്ള ചിലവെന്ത് ?

16. 1 മീ. 20 സെ.മീ. ×60 സെ.മീ. ×20 സെ.മീ. ഉള്ളളവുള്ള ഒരു പെട്ടിയിൽ 20 സെ.മീ. × 12 സെ.മീ. × 2.5 സെ.മീ. അളവുള്ള എത്ര പുസ്തകം അടുക്കാം ?

17. $13\frac{1}{2}$ സെ.മീ. ഉയരം, 8 സെ.മീ. സമചതുരമായ ഒരു പാത്രയിലെ മണ്ണെണ്ണ 6 സെ.മീ. × 4 സെ.മീ. × 3 സെ.മീ. അളവുള്ള എത്ര ചെറിയ ടിന്നുകളിലാക്കാം ?

18. 72 മീ.നീളം, 2.4 മീറ്റർ ഉയരം, 30 സെ.മീ. കനമുള്ള ഒരു മതില് പണിയുവാൻ 30 സെ.മീ. × 18 സെ.മീ. × 12 സെ.മീ. അളവുള്ള എത്ര ചെങ്കല്ലുവേണം ?

19. 100 മീ. × $2\frac{1}{2}$ മീ. × 30 സെ.മീ. അളവുള്ള ഒരു മതിലിന് 20 സെ.മീ. × 12 സെ.മീ. × 8 സെ.മീ. അളവുള്ള എത്ര ഇഷ്ടിക വേണം ?

20. 80.4 മീ. × 2.6 മീ. × 30 സെ മീ അളവുള്ള ഒരു ഭിത്തി പണിയുവാൻ 12 സെ.മീ × 10 സെ.മീ. × 8 സെ.മീ. അളവുള്ള എത്ര ചുട്ട കട്ട വേണം ?

21. 5 മീ. × 2 മീ. × 80 സെ. മീ. ഉള്ളളവുള്ള ഒരു തൊട്ടിയിൽ 10 ലിററർ കൊള്ളുന്ന ടിന്നിന്ന് എത്ര ടിൻ വെള്ളം കൊള്ളും ?

22. ഒരു കുഴലിൽകൂടി സെക്കൻറിൽ 50 ലിററർ വീതം വെള്ളം ഒഴുകി 8 മീ. × 4 മീ. × 3 മീ. ഉള്ളളവുള്ള ഒരു തൊട്ടിയിൽ വീഴുന്നു. എത്ര സമയം കൊണ്ടു് ആ തൊട്ടി നിറയും ?

B. ഒരു ചതുരക്കട്ടയുടെ നീളം, വീതി, ഉയരം, വ്യാപ്തി ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും മൂന്നെണ്ണം തന്നാൽ നാലാമത്തേതു് എങ്ങിനെ കാണാം ?

V=lbh എന്ന ഫോമുലാ പഠിച്ചിട്ടുള്ളതാണു്. അതിൽ നിന്നു്

v, l, b ഇവ തന്നാൽ h കണ്ടുപിടിക്കുവാനും,
v, l, h ,, b ,,
v, b, h ,, l ,, കഴിയും.

$lb \times h = V \therefore h = \frac{V}{lb}$: lb=വിസ്തീർണ്ണം 'A'

ആകയാൽ $= \frac{V}{A}$ എന്നും എഴുതാം.

$lh \times b = V \therefore b = \frac{V}{lh}$

$bh \times l = V \therefore l = \frac{V}{bh}$

അതായതു് V യെ $l \times b$ കൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ h-ഉം
$l \times h$,, ,, b-ഉം
$b \times h$,, ,, l-ഉം കിട്ടും

ഉദാ : (1) 1800 ഘ. സെ.മീ. വെള്ളം കൊള്ളുന്ന ഒരു തൊട്ടിയുടെ ഉള്ളിലെ നീളം 15 സെ.മീ., വീതി 12 സെ.മീ. ആണ്. ഉള്ളിലെ ആഴം എന്ത് ?

$$h = \frac{V}{lb} = \frac{1800}{15 \times 12} \text{ സെ.മീ.} = \underline{\underline{10 \text{ സെ.മീ.}}}$$

ഉദാ : (2) 12 സെ. മീ. വീതിയും 8 സെ. മീ. കനവുമുള്ള ചതുരാകൃതിയായ തടിയിൽനിന്ന് എത്ര നീളം മുറിച്ചാൽ 1920 ഘ. സെ. മീ. തടി കിട്ടും ?

$$l = \frac{V}{b \times h} = \frac{1920}{12 \times 8} \text{ സെ. മീ.} = \underline{\underline{20 \text{ സെ.മീ.}}}$$

ഉദാ : (3) ഒരു പലകയ്ക്കു് 3 സെ. മീ. കനവും, 1 മീററർ നീളവും ഉണ്ട്. എന്തു വീതിയിൽ കീറിയെടുത്താൽ ഒരു കഷണത്തിൽ 7500 ഘ. സെ. മീ. തടി കാണും ?

$$b = \frac{V}{lh} = \frac{7500}{100 \times 3} \text{ സെ. മീ.} = \underline{\underline{25 \text{ സെ.മീ.}}}$$

Exercise 30

1. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചതുരക്കട്ടകളുടെ അളവുകളിൽ വിട്ടുപോയവ പൂരിപ്പിക്കുക.

	നീളം സെ. മീ.	വീതി സെ. മീ.	ഉയരം സെ. മീ.	വ്യാപ്തം ഘ. സെ. മീ.
(1)	12	6	—	360
(2)	15	8	—	1200
(3)	20	—	5	500
(4)	40	—	6	2880
(5)	—	9	10	1440
		മീ.	മീ.	ഘ. മീ.
(6)	—	2.4	1.5	19.8
(7)	—	8.2	3.5	287

2. 20 സെ. മീ. നീളം. 10 സെ. മീ. വീതിയുള്ള ചതുര ടിന്നിന്നു് എന്തുയരം ഉണ്ടെങ്കിൽ അതിൽ സൂക്ഷ്മം ഒരു ലിററർ കൊള്ളും ?

3. ഉള്ളിൽ 80 സെ. മീ. നീളം, 50 സെ. മീ. വീതിയുള്ള ഒരു അരിപ്പെട്ടിയിൽ 160 ലിററർ അരി കൊള്ളുവാൻ എന്തുയരം വേണം ?

4. 8 മീററർ നീളം 4, മീററർ വീതിയുള്ള ഒരു ഭിത്തിയിൽ കുമ്മായം ഇടുവാൻ 160 ലിററർ കുമ്മായം ആകുന്നെങ്കിൽ കുമ്മായം എന്തു കനത്തിൽ ഇട്ടിരിക്കണം ?

5. 50 സെ. മീ. വീതി, 8 സെ. മീ. കനമുള്ള ഒരു തളിരത്തിൽനിന്നു് ഒരു ഘ. മീററർ തടി കിട്ടുവാൻ എന്തു നീളം മുറിച്ചെടുക്കണം ?

6. ½ സെ. മീ. സമചതുരമായ ഒരു ചതുരപ്പിച്ചളക്കമ്പിയിൽനിന്നു് എത്ര നീളം മുറിച്ചെടുത്താൽ 250 ഘന സെ.മീ, പിച്ചള കിട്ടും ?

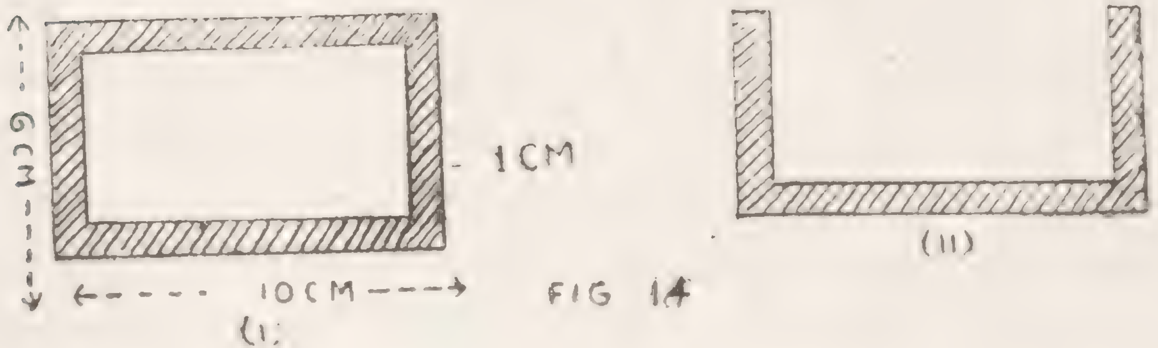
7. 50 മീററർ നീളം, 30 മീററർ വീതിയുള്ള ഒരു പാർക്കിൽ 450 ഘന മീററർ മണ്ണു ഇട്ടെങ്കിൽ പാർക്കു് എന്തുമാത്രം ഉയരും ?

8. 25 മീ. നീളം 3 മീ. ആഴമുള്ള കുഴിയിൽനിന്നു 337.5 ഘന മീററർ മണ്ണു കിട്ടുവാൻ എത്ര വീതിയിൽ കുഴി വെട്ടണം ?

9. 2 സെ.മീ. നീളം, 1 സെ.മീ. കനമുള്ള ഒരു സ്വർണ്ണചതുരക്കട്ടയിൽ നിന്നു് എന്തു നീളം മുറിച്ചെടുത്താൽ 965 ഗ്രാം സ്വർണ്ണം കിട്ടും? [1 ഘ. സെ.മീ. സ്വർണ്ണത്തിനു് 19.3 ഗ്രാം തൂക്കമുണ്ടു്.]

C. പെട്ടികളുടെയൊ, മുറിയുടെ ഭിത്തികൾ മുതലായവയുടെയൊ നിർമ്മാണത്തിനുപയോഗിക്കുന്ന സാധനത്തിൻെറ വ്യാപ്തം എങ്ങിനെ കാണാം ?

തടികൊണ്ടു് നിർമ്മിച്ച ചോക്കുപെട്ടി നിങ്ങരം കണ്ടിരിക്കും. അടപ്പുള്ളതും അടപ്പില്ലാത്തതുമായ വീഞ്ഞപ്പെട്ടികളും കണ്ടിരിക്കും. അതുമാതിരി അനവധി മററു തരം പെട്ടികളും കണ്ടിരിക്കുവാൻ ഇടയുണ്ടു്. ഇവയെല്ലാം നിർമ്മിക്കുവാൻ വേണ്ട തടിയുടെ വ്യാപ്തം എങ്ങിനെ കാണാം ? അതുപോലെ ഒരു മുറിയുടെ ഭിത്തികരം നിർമ്മിക്കുന്നതിനു വേണ്ട ഇഷ്ടികയുടെയൊ, കല്ലിൻെറയൊ വ്യാപ്തം എങ്ങിനെ നിശ്ചയിക്കാം ? താഴെക്കാണുന്ന ചിത്രം (i) ൽ ഒരു അടപ്പുള്ള പെട്ടിയുടെ Cross section–ഉം (ii) ൽ അടപ്പില്ലാത്ത പെട്ടിയുടെ Cross section–ഉം കാണാം. ഇവയുടെ ഉള്ളിലെയും വെളിയിലെയും അളവുകരം ഒന്നു തന്നെ ആയിരിക്കുമോ ?



അല്ലെന്നു് വ്യക്തമാണു്. രണ്ടു് അളവകളും വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും. വെളിയിലെ വീതി 10 സെ.മീ. ഉയരം 6 സെ.മീ. പലകയ്ക്കു കനം 1 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ (i) ൽ ഉള്ളിലെ വീതിയും, ഉയരവും എങ്ങിനെ കാണാം ? 10 സെ.മീററിൽ എന്തു കുറച്ചാൽ അകത്തെ വീതി കിട്ടുമെന്നു് നോക്കണം. രണ്ടു കനം കുറയ്ക്കണമെന്നു കാണാം. അപ്പോരം അകത്തെ വീതി 10—2 സെ.മീ. = 8 സെ.മീ. ആയിരിക്കും. അതേമാതിരി ഉള്ളിലെ ഉയരം 6—2 സെ.മീ. =4 സെ.മീ. ആയിരിക്കും. ഇതുപോലെ പെട്ടിയുടെ വെളിയിലെ നീളം 20 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ അകത്തെ നീളം 20—2 സെ.മീ. =18 സെ.മീ. ആയിരിക്കും. അങ്ങിനെ അടപ്പുള്ള പെട്ടിയുടെ (i) ഉള്ളിലെ അളവുകരം കാണുവാൻ

ബാഹ്യ അളവുകളിൽനിന്നു് 2 കനം കുറയ്ക്കണമെന്നു കാണാം. അടപ്പില്ലാത്ത പെട്ടിയാണെങ്കിൽ (ചിത്രം ii) വെളിയിലെ ഉയരത്തിൽനിന്നു് ഒരു കനം മാത്രം കുറച്ചാൽ അകത്തെ ഉയരം കിട്ടും. അടപ്പില്ലാത്തതിനാൽ അടപ്പിന്റെ കനം കുറയ്ക്കേണ്ടതില്ലല്ലോ. നീളവും വീതിയും കാണുവാൻ (ഉള്ളിലെ) ബാഹ്യഅളവുകളിൽനിന്നു് 2 കനം വീതം കുറയ്ക്കുകയും വേണം. അങ്ങിനെ വെളിയിലെ അളവുകളിൽനിന്നും ആകെ വ്യാപ്തവും, ഉള്ളളവുകളിൽനിന്നു് ഉൾവ്യാപ്തവും കാണുവാൻ കഴിയും. ഈ രണ്ടു വ്യാപ്തങ്ങളുടെ വ്യത്യാസമായിരിക്കും പെട്ടിനിർമ്മിക്കുന്ന പലകയുടെ വ്യാപ്തം. സാധാരണയായി ഉള്ളിലെ അളവു് കാണുന്നതിൽ നിങ്ങൾ തെററു വരുത്താറുണ്ടു്. അടപ്പുള്ളപ്പോൾ രണ്ടു കനം കുറയ്ക്കുന്നതിലും അടപ്പില്ലെങ്കിൽ ഉയരം മാത്രം ഒരു കനം കുറയ്ക്കുന്നതിലുമാണു് തെററിക്കാറുള്ളതു്. അതിനാൽ വെളിയിലെ അളവുകളിൽനിന്നും ഉള്ളളവുകൾ കാണുവാനും ഉള്ളളവുകളിൽനിന്നു് വെളിയിലെ അളവുകൾ കാണുവാനും പരിശീലിക്കണം.

ഉദാ : (1) ഒരു അടപ്പുള്ള പെട്ടിയുടെ ബാഹ്യഅളവുകൾ 20 സെ.മീ. × 15 സെ.മീ. × 10 സെ.മീ. ആണു്. പലകയുടെ കനം 0·5 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ ഉള്ളളവുകൾ എന്തു് ?

ഉള്ളിലെ നീളം $= 20 - 2 \times 0{\cdot}5$ സെ.മീ.
$= 19$ സെ.മീ.

,, വീതി $= 15 - 2 \times 0{\cdot}5$ സെ.മീ.
$= 14$ സെ.മീ.

,, ഉയരം $= 10 - 2 \times 0{\cdot}5$ സെ.മീ.
$= 9$ സെ.മീ.

മുകളിലെ അളവുകളുള്ള പെട്ടി അടപ്പില്ലാത്തതാണെങ്കിൽ

ഉള്ളിലെ നീളം = 19 സെ.മീ.
,, വീതി = 14 ,,
,, ഉയരം = 10—0.5 സെ.മീ.
= 9.5 സെ.മീ.

ഉദാ : (2) ഒരു അടപ്പുള്ള പെട്ടിയുടെ ഉള്ളിലെ അളവുകൾ 18 സെ.മീ. × 14 സെ.മീ. × 8 സെ.മീ. ബാഹ്യഅളവുകൾ എന്ത് ?

ബാഹ്യനീളം = 18 + 2 × .5 സെ.മീ.
= 19 സെ.മീ.
,, വീതി = 14 + 2 × .5 സെ.മീ.
= 15 സെ.മീ.
,, ഉയരം = 8 + 2 × .5 സെ.മീ.
= 9 സെ.മീ.

അടപ്പില്ലെങ്കിൽ—

ബാഹ്യനീളം = 19 സെ.മീ.
,, വീതി = 15 സെ.മീ.
,, ഉയരം = 8 + .5 സെ.മീ.
= 8.5 സെ.മീ.

Exercise 31

1. താഴെക്കാണുന്നത് ചതുരക്കട്ടകളുടെ രൂപത്തിലുള്ള അടപ്പുള്ള പെട്ടികളുടെ ബാഹ്യ അളവുകളാണ്. ഉള്ളിലെ അളവുകൾ കാണുക :—

	നീളം	വീതി	ഉയരം	പലകക്കനം
(1)	12 സെ.മീ.	8 സെ.മീ.	6 സെ.മീ.	0.25 സെ.മീ.
(2)	15 ,,	10.5 ,,	8 ,,	0.25 ,,
(3)	20 ,,	12 ,,	10 ,,	0.5 ,,
(4)	50 ,,	20 ,,	8.5 ,,	0.5 ,,
(5)	1 മീ.	0.75 മീ.	0.25 മീ.	1 ,,
(6)	1.65 ,,	0.85 ,,	.30 ,,	1 ,,

2. മുകളിലെ ചോദ്യങ്ങളിൽ പെട്ടികറംക്ക് അടപ്പി ല്ലെങ്കിൽ ഉള്ളളവുകൾ കാണുക.

3. താഴെക്കാണുന്നതു് അടപ്പുള്ള പെട്ടികളുടെ ഉള്ളള വുകളും പലകക്കനവുമാണു്. (പെട്ടികറം ചതുര ക്കട്ടയുടെ രൂപമാണു്.)

	നീളം	വീതി	ഉയരം	കനം
(1)	16 സെ.മി.	10 സെ.മി.	8 സെ.മീ.	0.25 സെ.മീ.
(2)	20 ,,	15 ,,	12 ,,	0.5 ,,
(3)	50 ,,	40 ,,	20 ,,	0.75 ,,
(4)	1 മീ.	80 ,,	30 ,,	1.0 ,,
(5)	2.65 മീ.	1.25 മീ.	80.5 ,,	1.5 ,,

4. മുകളിലത്തെ അളവുകറം അടപ്പില്ലാത്ത പെട്ടികളു ടേതാണെങ്കിൽ ബാഹ്യഅളവുകറം കാണുക.

5. ഒരു അടപ്പുള്ള പെട്ടിയുടെ ബാഹ്യഅളവുകറം 85 സെ.മീ. × 50 സെ.മീ. × 40 സെ.മീ. ആണു്. വശങ്ങളിലെ പലകകറംക്കു് 1 സെ.മീ. കനവും അടപ്പിനും കീഴ്ത്തട്ടിനും 1.5 സെ.മീ. കനവുമാ ണെങ്കിൽ ഉള്ളളവുകറം എന്തു് ?

6. ഒരു മുറിയുടെ ബാഹ്യഅളവുകറം 7 മീ. × 5 മീ. × 3.5 മീ. ആണു്. ഭിത്തിക്കു് 30 സെ.മീ. കനമുണ്ടെ ങ്കിൽ ഉള്ളളവുകറം കാണുക.

ഇപ്രകാരം ഒരു പെട്ടിയുടെയോ മുറിയുടെയോ, ബാ ഹ്യഅളവുകറം തന്നാൽ ഉള്ളളവുകറം കാണുവാനും, ഉള്ളളവുകൾ തന്നാൽ ബാഹ്യഅളവുകറം കാണുവാനും പഠിച്ചു. അങ്ങിനെ ബാഹ്യവ്യാപ്തവും, ഉറംവ്യാപ്തവും നിശ്ചയിച്ചു് അവയുടെ വ്യത്യാസം കണ്ടു് നിർമ്മാണ ത്തിനുപയോഗിക്കുന്ന സാധനങ്ങളുടെ വ്യാപ്തം കാണു വാൻ കഴിയും.

ഉദാ : (3) അടപ്പുള്ള ഒരു അരിപ്പെട്ടിയുടെ ബാഹ്യ അളവുകൾ 1 മി. × 0.75 മി. × 0.65 മീററും പലകക്കനം 2.5 സെ.മീററും ആണെങ്കിൽ അതു് നിർമ്മിക്കുവാൻ വേണ്ട തടിയുടെ വ്യാപ്തമെന്തു് ? അതിൽ എത്ര ലിററർ അരികൊള്ളും ?

ബാഹ്യഅളവുകൾ		ഉള്ളളവുകൾ	
നീളം	= 100 സെ.മീ.	നീളം	= 100 — 5 സെ.മീ. = 95 സെ.മീ.
വീതി	= 75 ,,	വീതി	= 75 — 5 ,, = 70 ,,
ഉയരം	= 65 ,,	ഉയരം	= 65 — 5 ,, = 60 ,,
വ്യാപ്തം	= 100 × 75 × 65 ഘ.സെ.മീ. = 487500 ,,	വ്യാപ്തം	= 95 × 70 × 60 ഘ.സെ.മീ. = 399000 ,,

∴ പലകയുടെ വ്യാപ്തം = 487500 ഘ.സെ.മീ. — 399000 ഘ.സെ.മീ.

= 88500 ഘ.സെ.മീ.

അതിൽ കൊള്ളുന്ന അരിയുടെ വ്യാപ്തം $= \frac{399000}{100}$ ലിററർ

= 399 ലിററർ

ഉദാ : (4) ബാഹ്യമായി 15 സെ.മീ. × 10 സെ.മീ. × 2.5 സെ.മീ. അളവുകളുള്ള അടപ്പുള്ള ഒരു ലോഹപ്പെട്ടി 1 മി.മീ. കനമുള്ള തകിടുകൊണ്ടു നിർമ്മിക്കുന്നു. ഒരു ഘനസെ.മീ. ലോഹത്തിനു് 7.5 ഗ്രാം ഭാരമുണ്ടെങ്കിൽ പെട്ടിയുടെ ഭാരമെന്തു് ? (ഉത്തരം ഒരു ഡെസിമൽ സ്ഥാനത്തിനു് ശരിയായി).

ബാഹ്യ അളവുകഠ	ആന്തര അളവുകഠ
നീളം = 15 സെ.മീ.	നീളം = 15—0·2 = 14·8 സെ.മീ.
വീതി = 10 സെ.മീ.	വീതി = 10—0·2 = 9·8 സെ. മീ.
ഉയരം = 2.5 സെ.മീ.	ഉയരം = 2·5—0·2= 2·3 സെ. മീ.

ബാഹ്യ വ്യാപ്തം = 15 × 10 × 2·5 ഘ.സെ.മീ.

= 375 ഘ.സെ.മീ.

ഉഠ വ്യാപ്തം = 14·8 × 9·8 × 2·3 ഘ.സെ.മീ.

=333·59 ഘ. സെ.മീ.

∴ ലോഹത്തിൻെറ വ്യാപ്തം = 375— 333·59 ഘ. സെ.മീ.

=41·41 ഘ.സെ.മീ.

∴ പെട്ടിയുടെ ഭാരം =4·41 × 7·5 ഗ്രാം

=310·6 ഗ്രാം

Exercise 32

[കുറിപ്പ് :— പെട്ടികഠ മുതലായവ ചതുരക്കട്ടയുടെ രൂപമാണെന്നു് സങ്കൽപിച്ചുകൊള്ളണം]

7. താഴെക്കാണുന്ന അളവുകളുള്ള അടപ്പുള്ള പെട്ടികളുടെ നിൎമ്മാണത്തിനുവേണ്ട തടിയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.

	നീളം	വീതി സെ.മീ.	ഉയരം സെ.മീ.	പലകക്കനം സെ.മീ.
(1)	20 സെ.മീ.	15	12	0·5
(2)	46 സെ.മീ.	21	11	0·5

	നീളം	വീതി സെ.മീ.	ഉയരം സെ.മീ.	പലകക്കനം സെ.മീ.
(3)	50 സെ.മീ.	30	25	1·0
(4)	80 സെ.മീ.	60	40	1·0
(5)	1·28 മീ.	98	63	1·5

8. അടപ്പില്ലാത്ത ഒരു പെട്ടിയുടെ ബാഹ്യ അളവു കരം 1 മീ. × 80 സെ.മീ. × 62 സെ.മീ. ആണ്. താഴത്തെ തട്ടിനു് 2 സെ.മീ. കനവും മററു പലക കരംക്കു് 1 സെ. മീ. കനവുമാണെങ്കിൽ പെട്ടിയു ണ്ടാക്കുവാനുള്ള തടിയുടെ വ്യാപ്തമെന്തു് ?

9. താഴെക്കാണുന്നതു് അടപ്പില്ലാത്ത പെട്ടികളുടെ ഉള്ളിലെ അളവുകളാണ്. പെട്ടിയുണ്ടാക്കുവാനുള്ള തടിയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക.—

	നീളം	വീതി	ഉയരം സെ.മീ.	പലകക്കനം സെ.മീ.
(1)	40 സെ.മീ.	30 സെ.മീ.	20	1
(2)	63 സെ.മീ.	42 സെ.മീ.	25	1
(3)	83 സെ.മീ.	63 സെ.മീ.	46·5	1·5
(4)	1 മീ.	0·5 മീ.	42	2
(5)	1·45 മീ.	97 സെ.മീ.	65	2

10. ഒരു അടപ്പുള്ള പെട്ടിക്കു് വെളിയിൽ 50 സെ.മീ × 50 സെ.മീ. × 50 സെ.മീ ആണ്. പലകയുടെ കനം 1 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ പെട്ടിയുടെ ഭാര മെന്തു് ? (1 ഘ. സെ. മീ. തടിക്കു് 9 ഗ്രാം ഭാര മുണ്ടു്)

11. വെളിയിൽ 1·5 മീ. × 80 സെ.മീ. × 60 സെ. മീ. അളവുകളുള്ള ഒരു പെട്ടി തടികൊണ്ടുണ്ടാക്കണം. അടപ്പിനും അടിത്തട്ടിനും 2 സെ.മീ. കനമുള്ള പലകയും വശങ്ങൾക്ക് 1·5 സെ.മീ. കനമുള്ള പലകയും ഉപയോഗിക്കുന്നെങ്കിൽ അതിന് വേണ്ട പലകയുടെ വ്യാപ്തമെന്ത് ?

12. ഉള്ളിൽ 1·60 മീ. നീളം, 85 സെ.മീ. വീതി, 70 സെ.മീ. ഉയരമുള്ള അടപ്പില്ലാത്ത ഒരു പെട്ടിക്ക് ചുററും 2 സെ. മീ. കനവും അടിത്തട്ടിന് 2·5 സെ.മീ. കനവുമുള്ള പലക ഉപയോഗിക്കുന്നെങ്കിൽ അതിനുവേണ്ട പലകയുടെ വ്യാപ്തമെന്ത്?

13. അടപ്പുള്ള ഒരു ഇരുമ്പുപെട്ടി ഉണ്ടാക്കുവാൻ 0.5 സെ.മീ. കനമുള്ള ഇരുമ്പുതകിടുപയോഗിക്കുന്നു. വെളിയിലെ അളവുകൾ 80 സെ.മീ. × 60 സെ. മീ. × 40 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ ആ പെട്ടിയുടെ ഭാരമെന്ത് ? (1 ഘ. സെ. മീ. ഇരുമ്പിന് 7.2 ഗ്രാം ഭാരമുണ്ട്)

14. വെളിയിൽ 10 സെ. മീ. നീളം, 60 സെ. മീ. വീതി, 2·1 സെ.മീ. ഉയരമുള്ള അടപ്പില്ലാത്ത ഒരു ലോഹഡപ്പി 1 മി. മീ. കനമുള്ള ലോഹത്തകിടു കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയാൽ തകിടിന്റെ വ്യാപ്തമെന്ത് ? 1 ഘ. സെ. മീ. ലോഹത്തിനു 8·5 ഗ്രാം ഭാരമുണ്ടെങ്കിൽ ഡപ്പിയുടെ ഭാരമെന്ത് ?

ഒരു മുറിയുടെ നാല് ഭിത്തികളുടെ വ്യാപ്തം കാണുന്ന വിധം

ഒരു ഭിത്തിയുടെ നാലു ഭിത്തികളുടെ രൂപം ശ്രദ്ധിച്ചാൽ അടപ്പും അടിത്തട്ടും ഇല്ലാത്ത ഒരു പെട്ടിയുടെ ചുററിനുമുള്ള പലകയുടെ രൂപമാണെന്നു കാണാം. വെളിയിൽ 7 മീററർ നീളവും 6 മീ. വീതിയും 4·5 മീ.

ഉയരവുമുള്ള ഒരു മുറിക്കു് 30 സെ. മി. കനമുള്ള ഭിത്തിയുണ്ടെങ്കിൽ ആദ്യം വെളിയിലെ വ്യാപ്തം (7 × 6 × 4.5 ഘ. മീ.) കാണുക. പിന്നീടു് അകത്തെ അളവുകഠം കണ്ടു് ഉഠംവ്യാപ്തം കാണുക.

ഉഠംനീളം	7 മീ.—60 സെ.മീ.	=6·40 മീ.
∴. വീതി	6 മീ.—60 ,,	=5·40 ,,

ഉയരം അകത്തും വെളിയിലും ഒന്നുതന്നെ=4.5 ,,

∴. ബാഹ്യവ്യാപ്തം 7 × 6 × 4·5 ഘ.മീ.

=189 ഘ.മീ.

ഉഠംവ്യാപ്തം	6·4 × 5·4 × 4·5	=155·52 ,,
ഭിത്തിയുടെ വ്യാപ്തം		=189—155·52 ,,
		=33·48 ഘ. മീ.

ഇതിനു് മറ്റൊരു മാർഗ്ഗവും സ്വീകരിക്കാം. സാധാരണയായി കണക്കുകൂട്ടുവാൻ സ്വീകരിക്കുന്നതും ആ മാർഗ്ഗമാണു്.

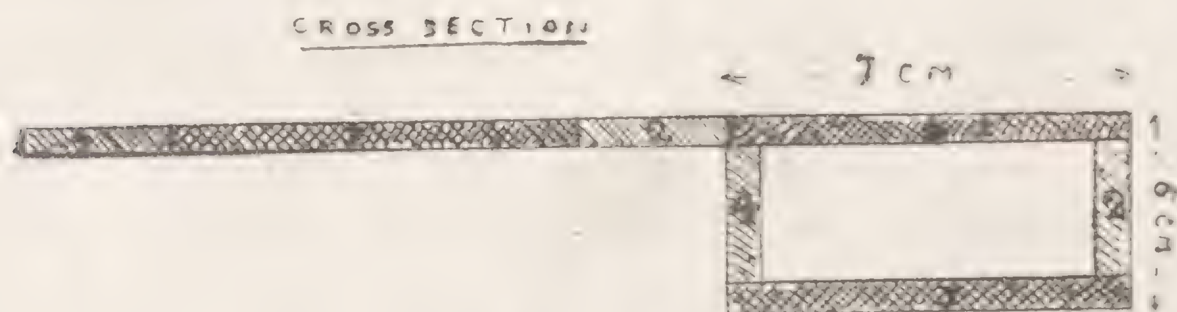


FIG 15

ചിത്രം നോക്കുക. മുറിയുടെ ചിത്രത്തിൽ 4 ഭിത്തികളും 1, 2, 3, 4 എന്നടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ടു്. ഇവ ഒന്നിനോടൊന്നു് ചേൎത്തുവച്ചു് ഒററ ഭിത്തിയാക്കിയും

ചിത്രത്തിൽ കാണാം. 1, 2 ഇവ കണ്ടാൽ 3, 4 അതിന്ന് തുല്യമായിരിക്കും. അതിനാൽ ആകെ നീളം 1, 2 ഇവ കൂട്ടിയതിൻെറ 2 മടങ്ങായിരിക്കും. കാരണം നിങ്ങറം തന്നെ കണ്ടുപിടിച്ചുകൊള്ളണം.

ഭിത്തി (1) ൻെറ നീളം $= 7$ മീ.

,, (2) ൻെറ നീളം $= 6$ മീ $- 60$ സെ. മീ.

$= 5.4$ മീ.

$\therefore$ ഭിത്തി (1) $+$ ഭിത്തി (2) ൻെറ നീളം

$= 7 + 5.4$ മീ. $= 12.4$ മീ.

$\therefore$ ആകെ നീളം $= 12.4 \times 2 = 24.8$ മീ.

$\therefore$ ഭിത്തിയുടെ വ്യാപ്തം $= 24.8 \times 4.5 \times .30$ ഘ.മീ.

$= 33.48$ ഘ.മീ.

ഇങ്ങനെ ഭിത്തിയുടെ ആകെ നീളത്തെ ഉയരം $\times$ കനം കൊണ്ടു് ഗുണിച്ചു് വ്യാപ്തംകാണാം. നിങ്ങറംക്കെളുപ്പമായി തോന്നുന്ന മാർഗ്ഗമേതോ ആ മാർഗ്ഗം സ്വീകരിച്ചു കൊള്ളണം.

Exercise 33

15. വെളിയിൽ 10 മീ. നീളം, 8 മീ. വീതി. 6 മീ. ഉയരമുള്ള ഒരു ഹാളിന്നു് 40 സെ. മീ. കനമുള്ള ഭിത്തിയുണ്ടെങ്കിൽ, ഭിത്തിയുടെ വ്യാപ്തമെന്തു് ?

16. ഉള്ളിൽ 12 മീ. നീളം, 8 മീ. വീതി, 5 മീ. ഉയരമുള്ള മുറിക്കു് 0.5 മീ. കനമുള്ള ഭിത്തികെട്ടിയാൽ ഭിത്തിയുടെ വ്യാപ്തമെന്തു് ?

17. ഉള്ളിൽ 15 മീ. നീളം, 7 മീ. വീതി, 5 മീ. ഉയരമുള്ള ഒരു മുറിയ്ക്കു് 40 സെ. മീ. വണ്ണത്തിൽ ഭിത്തി കെട്ടുവാൻ വേണ്ട കല്ലിന്റെ വ്യാപ്തമെന്തു്?

18. വെളിയിൽ 25 മീ. നീളം, 7 മീ. വീതി, 6 മീ. ഉയരമുള്ള ഒരു ഹാളിന്റെ ഭിത്തിയ്ക്കു് 50 സെ.മീ. കനമുണ്ടെങ്കിൽ ഘനമീററിനു് 160 രൂ. നിരക്കിൽ ഭിത്തികെട്ടുവാൻ എന്തു ചെലവാകും?

19. ഉള്ളിൽ 50 മീ. നീളം, 40 മീ. വീതിയുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയായ ഒരു പുരയിടത്തിനു് ചുററും 2 മീ. ഉയരത്തിലും 0.5 മീ. കനത്തിലും മതിൽ കെട്ടുവാൻ വേണ്ട കല്ലിന്റെ വ്യാപ്തമെന്തു്?

ജോമെട്രി (Geometry)

അദ്ധ്യായം 13

എന്താണീ പാരലൽ രേഖകൾ?

(Parallel lines)



FIG 16

നിങ്ങളുടെ ക്ലാസ്സുമുറിയുടെ മുകളിലേക്കു നോക്കിയാൽ ഓടിട്ട മേൽക്കൂരയാണെങ്കിൽ അനവധി പട്ടികകൾ കാണാം. അവ എങ്ങിനെയിരി

ക്കന്നു ? ശ്രദ്ധിക്കണം. വരയിട്ട നോട്ടുബുക്കുകളിലെ വരകൾ, ജനൽ കമ്പികൾ, മേശ, ബെഞ്ച്, ഡസ്ക് ഇവ യുടെ എതിർവശങ്ങൾ ഇവയ്ക്കെല്ലാം ഒരു പ്രത്യേകത യില്ലേ ? ഇടയ്ക്കുള്ള അകലം തുല്യമായിരിക്കും. ഇപ്ര കാരം എപ്പോഴും തുല്യമായ അകലത്തോടുകൂടി വേറെ യും പല സാധനങ്ങൾ നിങ്ങൾ കണ്ടിരിക്കും. റയിൽ വെ പാളങ്ങൾ, അവയ്ക്കു കീഴിൽ നിരത്തിയിരിക്കുന്ന തടികൊണ്ടുള്ള സ്ലീപ്പർ ഇവയെല്ലാം തുല്യ അകലത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നതു കാണാം. അതുപോലെ ഒരേതല ത്തിൽ രണ്ടു നേർവരകൾ ഉണ്ടായിരിക്കുകയും (ചിത്രം നോക്കുക) അവ തമ്മിലുള്ള അകലം എപ്പോഴും തുല്യ മായിരിക്കുകയും ചെയ്താൽ അവ പാരലൽ രേഖകൾ (Parallel lines) എന്നു പറയുന്നു. എപ്പോഴും അവ തമ്മിലുള്ള അകലം തുല്യമാകയാൽ ഇരുവശങ്ങളിലേ ക്കും അവ നീട്ടിയാൽ കൂട്ടിമുട്ടുമോ ? ഒരിക്കലും ഇല്ല. അപ്പോൾ പാരലൽ രേഖകളുടെ വിശേഷതകൾ (1) അവ തമ്മിലുള്ള അകലം എപ്പോഴും തുല്യമായിരിക്കും. (2) അവ ഇരുവശങ്ങളിലേക്കു നീട്ടിയാൽ കൂട്ടിമുട്ടുക യില്ല.—എന്നിവയായിരിക്കും. വരകൾ ഒരേ തലത്തി ലായിരിക്കണമെന്നുള്ള കാര്യം ഓർമ്മിച്ചുകൊള്ളണം.

ഒരു നിർദ്ദിഷ്ട രേഖയ്ക്കു പാരലലായി മറ്റൊരു നേർ വര വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങിനെ ?

ആശാരിമാർ മട്ടവും, മുഴക്കോലും കൊണ്ടു് പാരലൽ രേഖകൾ വരയ്ക്കുന്നതു് നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ചിരിക്കും. മട്ടംപോലെ ഒരു ഉപകരണം നിങ്ങൾക്കും ഉണ്ടു്— സെററു് സ്ക്വയർ (Set square). ഒരു സെററു് സ്ക്വയറും, സ്കെയിലും ഉപയോഗിച്ചോ, സ്കെയിലിനു് പകരം മറെറാരു സെററു് സ്ക്വയർ ഉപയോഗിച്ചോ നിങ്ങൾക്കു് പാരലൽ രേഖകൾ വരയ്ക്കുവാൻ കഴിയും. AB എന്ന നേർവരയ്ക്കു പാരലലായി P എന്ന ബിന്ദുവിൽകൂടി രേഖവരയ്ക്കണം.

ഒരു സെററു് സ്ക്വയറിൻെറ ഒരു വശം AB യുമായി ചേൎന്നിരിക്കത്തക്കവണ്ണം കൃത്യമായി ശരിപ്പെടുത്തിവയ്ക്കുക—ചിത്രത്തിലെപ്പോലെ അടുത്തതായി രണ്ടാമത്തെ സെററു് സ്ക്വയർ

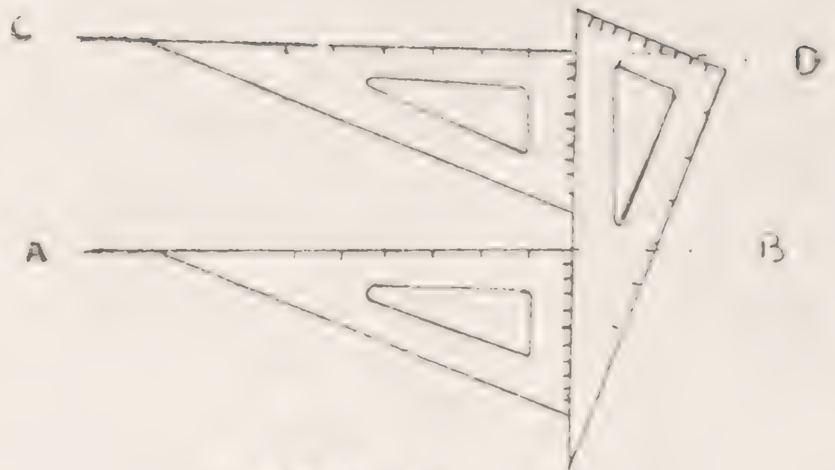


FIG 17

എടുത്തു് ആദ്യത്തേതിൻെറ ഒരു വശത്തു് ചേൎന്നിരിക്കത്തക്കവണ്ണം (ചിത്രത്തിലെപ്പോലെ) ഉറപ്പിച്ചുവയ്ക്കുക. വലത്തുകൈകൊണ്ടു് രണ്ടാമത്തെ സെററു്സ്ക്വയർ ഉറപ്പിച്ചുപിടിച്ചുകൊണ്ടു് ആദ്യത്തെ സെററു്സ്ക്വയർ അതിരിക്കുന്ന രീതിയിൽതന്നെ രണ്ടാമത്തേതിൻെറ വശവുമായി ഉരുമ്മിക്കൊണ്ടു് താഴേോട്ടും മേലോട്ടും ചലിപ്പിക്കുവാൻ കഴിയും. അതിനെ മേലോട്ടുചലിപ്പിച്ചു് AB യിൽ ചേൎന്നിരുന്ന വശം P യിൽ കൂടി പോകുന്ന സ്ഥാനത്തു് ഉറപ്പിച്ചുകൊണ്ടു് ആ ബിന്ദുവിൽകൂടി CD എന്ന നേർവര വരയ്ക്കുക. CD, AB ക്കു പാരലൽ ആയിരിക്കും. രണ്ടാമത്തെ സെററു്സ്ക്വയറിനു പകരം സ്കെയിൽ ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണു്.

Exercise 34

1. 6 സെ. മീ. നീളത്തിൽ AB വരയ്ക്കുക. അതിൻെറ മുകളിലായി P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. P യിൽ കൂടി AB ക്കു പാരലലായി CD വരയ്ക്കുക.
2. 8 സെ.മീ. നീളത്തിൽ PQ എന്ന നേർവര വരയ്ക്കുക. അതിനുതാഴെ X എന്ന ബിന്ദു എടുക്കുക. X ൽ കൂടി PQ വിനു് പാരലലായി LM എന്ന നേർവര വരയ്ക്കുക.

3. 50° യിൽ ∠POQ വരയ്ക്കുക, OP യിൽ A എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി A യിൽകൂടി OQ വിന് പാരലലായി AB വരയ്ക്കുക.

4. 120° യിൽ ∠AOB വരയ്ക്കുക. OB യിൽ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി അതിൽകൂടി OA ക്കു പാരലലായി PQ വരയ്ക്കുക.

5. 60° യിൽ ∠XOY വരയ്ക്കുക. O യിൽ നിന്നു് 4 സെ.മീ. അകലത്തിൽ OX ൽ P എന്ന ബിന്ദുവും O യിൽ നിന്നു് 3·5 സെ.മീ. അകലത്തിൽ OY യിൽ Q എന്ന ബിന്ദുവും **അടയാളപ്പെടുത്തുക.** **P** യിൽ കൂടി OY ക്കും Q വിൽകൂടി OX നും പാരലലായി നേർവരകൾ വരച്ചു് R ൽ സന്ധിപ്പിക്കുക. RP, RQ ഇവ അളന്നു കുറിക്കുക.

6. 75° യിൽ ∠AOB വരയ്ക്കുക. അതിനുള്ളിൽ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. P യിൽകൂടി AO ക്കു പാരലലായി ഒരു നേർവര വരച്ചു് OB യെ X ലും, BO ക്കു പാരലലായി മറെറാരു നേർവര വരച്ചു് OA യെ Y യിലും സന്ധിപ്പിക്കുക. ∠YPX അളന്നു കുറിക്കുക.

7. AB=8 സെ.മീ ; BC=6 സെ.മീ. ∠ABC=70° ഈ അളവിൽ ഒരു ത്രയാംഗിരം നിർമ്മിക്കുക. AB യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദുവായ P യിൽക്കൂടി BC പാരലലായി ഒരു നേർവരവരച്ചു് AC യെ Q വിൽ സന്ധിപ്പിക്കുക. PQ അളന്നു് കുറിയ്ക്കുക.

8. മുകളിലത്തെ ത്രയാംഗിളിൽ A യിൽക്കൂടി BC ക്കു പാരലലായി PAQ എന്ന നേർവര വരയ്ക്കുക. ∠PAB, ∠QAC ഇവ അളന്നു് കുറിക്കുക.

അദ്ധ്യായം 14

ഉയരവും ദൂരവും മേൽകോൺ

(Heights and distances, Angle of elevation)

ആനമലയുടെ ഉയരം ഇത്രയെന്നു് നിങ്ങരം പഠിച്ചിരിക്കും. അതു് ടേപ്പുകൊണ്ടു് ആ മല അളന്നു് നിശ്ചയിച്ചതാണോ? ആവാൻ തരമില്ല. അതുപോലെ സമുദ്രത്തിൽ നങ്കൂരമിട്ടിരിക്കുന്ന കപ്പൽ തീരത്തിൽ നിന്നു് എത്ര ദൂരത്തിലാണെന്നു് നിശ്ചയിച്ചതായും നിങ്ങരം അറിഞ്ഞിരിക്കും. അതും ടേപ്പുകൊണ്ടളന്നു് കണ്ടെതല്ലെന്നു് നിശ്ചയമാണല്ലോ. പിന്നെങ്ങനെ നിശ്ചയിച്ചു? ചില അളവുകളിൽനിന്നു് കടലാസിൽ ചിത്രംവരച്ചു് ചിത്രങ്ങരം അളന്നാണു് ഈ മാതിരി ദൂരവും ഉയരവും നിശ്ചയിച്ചതു്. എത്ര അകലവും, ദൂരവും സൗകര്യമായ ഒരു തോതെടുത്താൽ കടലാസിൽ രേഖപ്പെടുത്തുവാൻ കഴിയും. യഥാർത്ഥമായി 100 മീററരുള്ള ദൂരം നമുക്കു് 1 സെ. മീററായി സങ്കല്പിച്ചു വരയ്ക്കാം. അപ്പോരം തോതു് 1 സെ.മീ.=100 മീററർ എന്നായിരിക്കും. ഈ തോതുപയോഗിച്ചു് 1 കി.മീ., 1.5 കി. മീററർ ഇവയെല്ലാം നോട്ടുബുക്കിൽ വരയ്ക്കാം. ഈ രീതിയിൽ തോതു് എടുത്തു് ചിത്രം വരച്ചു് അളന്നാണു് ഈ വക ഉയരങ്ങരം നിശ്ചയിച്ചതു്. ഇങ്ങനെ അളക്കുന്നതിനും ചിത്രം വരയ്ക്കുന്നതിനും ചില കാര്യങ്ങരം പ്രാരംഭമായി നാം അറിഞ്ഞിരിക്കണം.

കല്പാശാരിമാരുടെ പക്കൽ നിങ്ങരം തൂക്കുകട്ട കണ്ടിരിക്കും. ഒരു ചരടിന്റെ അഗ്രത്തു് ഒരു തടിക്കഷണമോ, ലോഹക്കട്ടയോ, കെട്ടിയതാണു് തൂക്കുകട്ടയെന്നറിയപ്പെടുന്നതു്. ആ തൂക്കുകട്ടച്ചരടിൽ പിടിച്ചു നോക്കിയാണു് ചുവരിന്റെയും മററും തൂക്കനിശ്ചയിക്കുന്നതു്. അങ്ങിനെ തൂക്കുകട്ട പിടിക്കുമ്പോരം അതിന്റെ ചരടിനു പർപ്പെൻറിക്കുലറായി സങ്കല്പിക്കുന്ന രേഖയ്ക്കു് ദൃഷ്ടിതല രേഖ (eye level) എന്നു പറയും. ആ

നിരപ്പിൽനിന്നു് ഉയരത്തിൽ ഉള്ള വസ്തു കാണുവാൻ ദൃഷ്ടിതലരേഖയിൽനിന്നു് ദൃഷ്ടി ഉയർത്തേണ്ടിവരും. അപ്രകാരം ഉയർത്തേണ്ടിവരുന്ന ആംഗിളിനാണു് മേൽക്കോൺ (Angle of elevation) എന്നു പറയുന്നതു്. ഒരു വൃക്ഷത്തിന്റെ ഉയരം കണ്ടുപിടിക്കുന്ന രീതിയാണു് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു്.

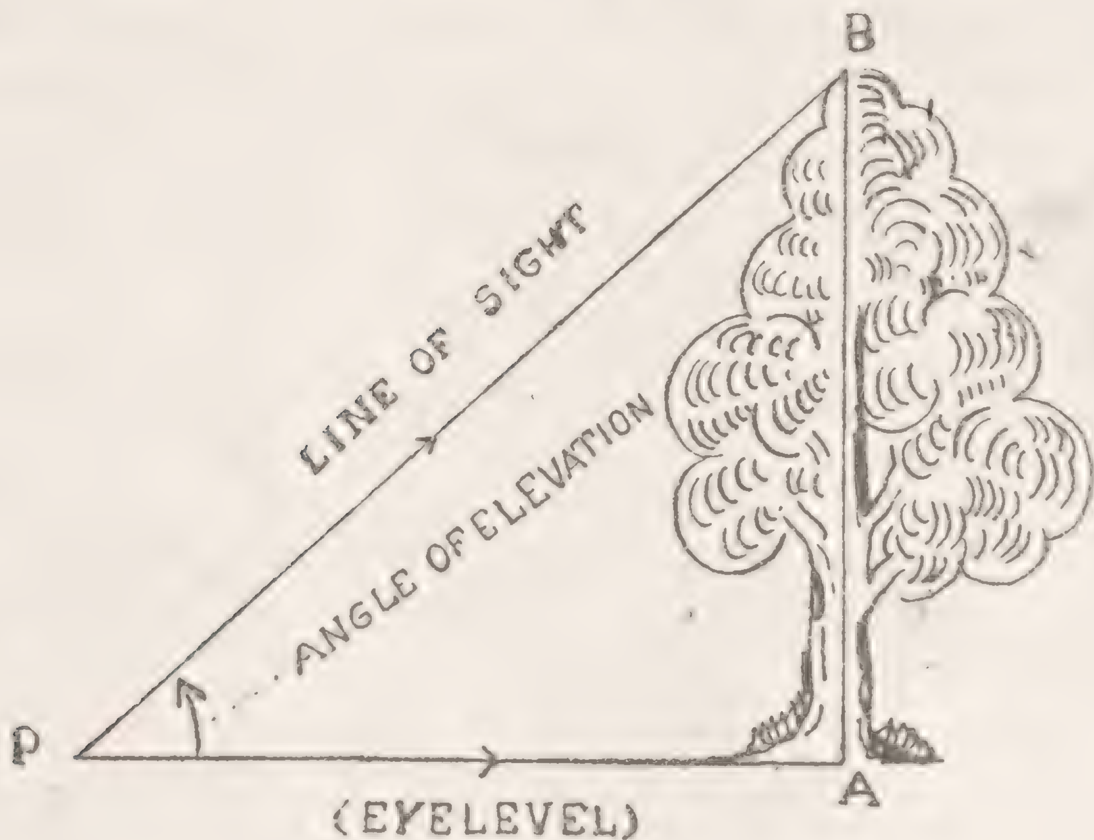
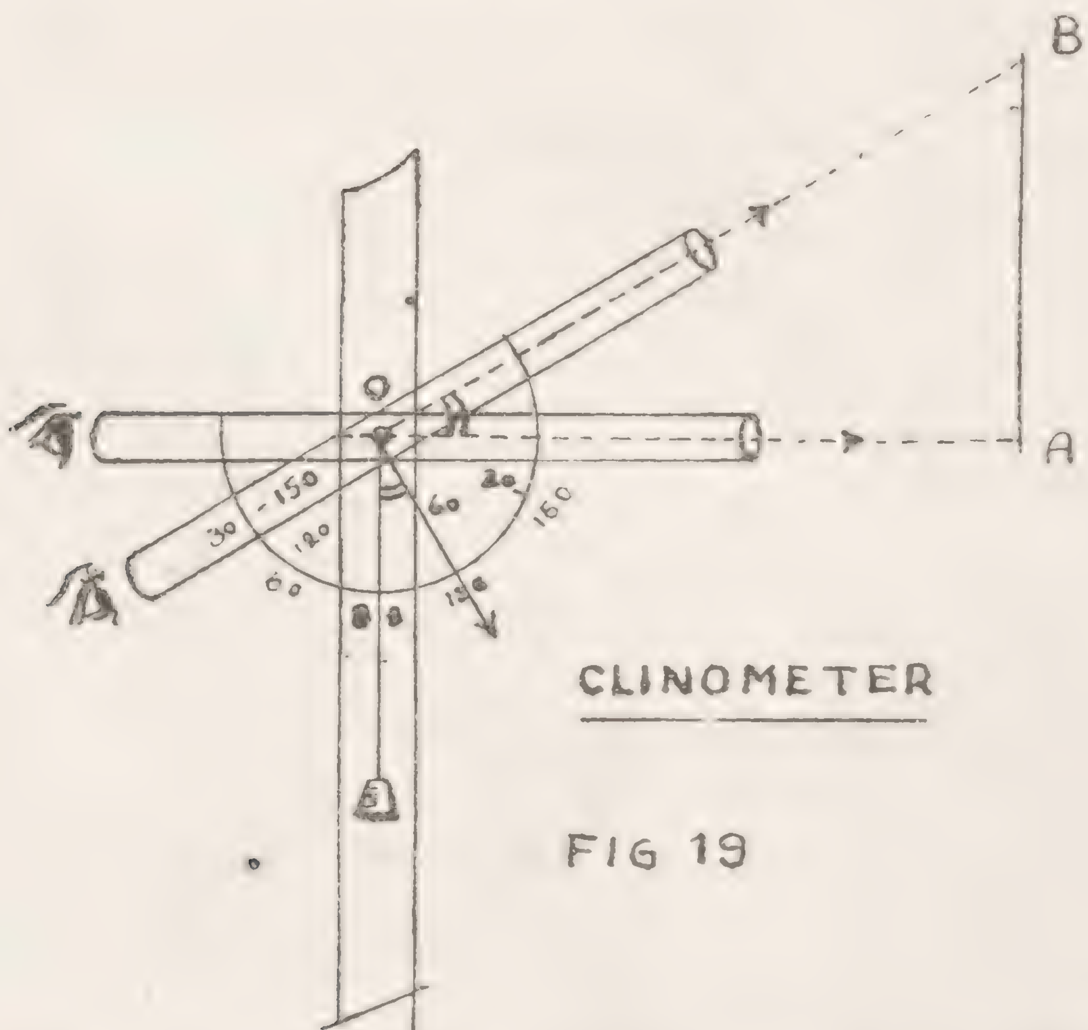


FIG.18

P യിൽനിന്നു് ഇക്കുകൂട്ടുള്ള പെർപ്പെൻറിക്കുലറായുള്ള (eye level) രേഖയാണു് PA. A എന്നതു് വൃക്ഷത്തിന്റെ ചുവടാണു്. ആ രേഖയിൽനിന്നു് ദൃഷ്ടി ഉയർത്തി B യിലേക്കു നോക്കുന്ന രേഖയാണു് PB. ഇതിനു് ദൃഷ്ടിരേഖ (line of sight) എന്നാണു് പേരു്. ഈ രണ്ടു രേഖകൾക്കും ഇടയ്ക്കുള്ള ആംഗിൾ $\angle$ BPA ആയിരിക്കുമല്ലോ. ഈ ആംഗിളാണു് മേൽക്കോണു് (angle of elevation). PA യുടെ നീളവും, $\angle$ BPA യും അറിഞ്ഞാൽ നമുക്കു് PAB എന്ന റൈററാംഗിൾഡ് ട്രയാംഗിൾ നിർമ്മിക്കുവാൻ കഴിയും. സൌകര്യമായി ഒരു തോതെടുത്തു വര

ച്ചാൽമതി. അതിൽനിന്നു് AB യുടെ നീളം അളന്നു് ആ വൃക്ഷത്തിൻെറ ഉയരം നിശ്ചയിക്കാവുന്നതാണു്. ഈ ആംഗിൾ അളക്കുന്നതിനു് ഒരു പ്രത്യേക ഉപകരണമുണ്ടു്. അതിനു് ക്ലൈനോമീററർ എന്നാണു് പേരു് (Clinometer). അതിൻെറ ഒരു മാതൃക നിങ്ങൾക്കു് നിർമ്മിക്കുവാൻ കഴിയും. സാമ്പ്രാണിത്തിരി അടയ്ക്കുന്ന കുഴൽ, ഒരു കഷണം പേസ്റ്റ്ബോർഡു്, കുറച്ചു ചരടു്, തടിക്കട്ട, ആണി, ഒരു പട്ടികക്കഷണം ഇത്രയും കൊണ്ടു് ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നമാതിരി ഒരു ക്ലൈനോമീററർ നിങ്ങൾക്കുതന്നെ ഉണ്ടാക്കാം.



പേസ്റ്റ്ബോർഡിൽനിന്നു് ഒരു സെമിസർക്കിൾ വെട്ടി പ്രൊട്രാക്റ്റർ രൂപത്തിൽ എടുക്കുക. അതിന്മേൽ 10, 20, 30 എന്നിങ്ങനെ ഡിഗ്രി അടയാളപ്പെടുത്തുക.

കുഴലിൻെറ മദ്ധ്യത്തിൽ ഈ സെമി സക്കിരം ചെറിയ ആണികരം തറച്ചു് ഉറപ്പിക്കുക. സെമി സക്കിളിൻെറ ഒത്ത മദ്ധ്യത്തിൽ കുറച്ചുകൂടി വലിയ ഒരാണി തറച്ചു് മറുവശത്തിറക്കി പട്ടികക്കഷണത്തിൽ ആണി അടിച്ചു കയററുക. സെമിസക്കിരം തറച്ചിരിക്കുന്ന വശത്തു്, ചരടിൽ ഒരു തടിക്കട്ട കെട്ടി വലിയ ആണിയിൽ തൂക്കുക. A യുടെ ചൊവ്വിനിരിക്കുമ്പോരം തൂക്കുകട്ട കൃത്യം 90° യിൽക്കൂടി പോകണം. ആ സ്ഥാനത്തു വച്ചു കൊണ്ടു് B കാണത്തക്കവണ്ണം കുഴൽ ഉയത്തുക. തൂക്കു കട്ടയുടെ സ്ഥാനം ഇപ്പോരം 120° എന്നു കാണാം. അപ്പോരം 120°—90°=30° ആയിരിക്കും B യുടെ angle of elevation. O-യിൽനിന്നു A യിലേക്കുള്ള ദൂരം അളന്നു കണ്ടാൽ AOB എന്ന റൈററാംഗിരംഡ് ട്രയാംഗിരം നിമ്മിച്ചു് AB എന്ന ഉയരം കാണുവാൻ കഴിയും. ഇങ്ങിനെ സ്കൂരംപരയിടത്തിലെ ഒരു വൃക്ഷത്തിൻെറ ഉയരം നിങ്ങരം നിശ്ചയിക്കണം.

ഉദാ : (1) ഒരു ദീപസ്തംഭത്തിൻെറ ചുവട്ടിൽനിന്നു് 200 മീററർ അകലെയായിനിൽക്കുന്ന ഒരാരം ദീപസ്തംഭത്തിൻെറ അഗ്രം 25° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. സൌകര്യമുള്ള ഒരു തോതെടുത്തു് ചിത്രം വരച്ചു് ദീപസ്തംഭത്തിൻെറ ഉയരം നിശ്ചയിക്കുക.

ക്രിയ :— 40 മീ.=1 സെ.മീ. ആകയാൽ 200 മീററർ 5 സെ.മീ. ആയി വരുന്നു. AB എന്ന നേർവര 5 സെ.മീ. നീളത്തിൽ വരയ്ക്കുക. A എന്നതു് ആരം നിൽക്കുന്ന ബിന്ദുവും B എന്നതു് ദീപസ്തംഭത്തിൻെറ ചുവട്ടും ആയിരിക്കും. ദീപസ്തംഭം ഭൂമിക്കു പർപ്പെൻറിക്കുലറായി നൽകുന്നതിനാൽ B–യിങ്കൽ AB ക്കു പെർപ്പെൻറിക്കുലറായി ഒരു നേർവര വരച്ചു് അതു ദീപസ്തംഭമായി സങ്കല്പിക്കുക. Aയിൽനിന്നും ദീപസ്തംഭത്തിൻെറ അഗ്രമായ C 25° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നതിനാൽ A യിങ്കൽ 25° യിൽ B A C എന്ന ആംഗിരം നിമ്മിച്ചു് B യിൽക്കൂടി വരച്ചിരിക്കുന്ന പർപ്പെൻറിക്കുലറിനെ C–യിൽ സന്ധിപ്പിക്കുക. B C അളക്കുക.

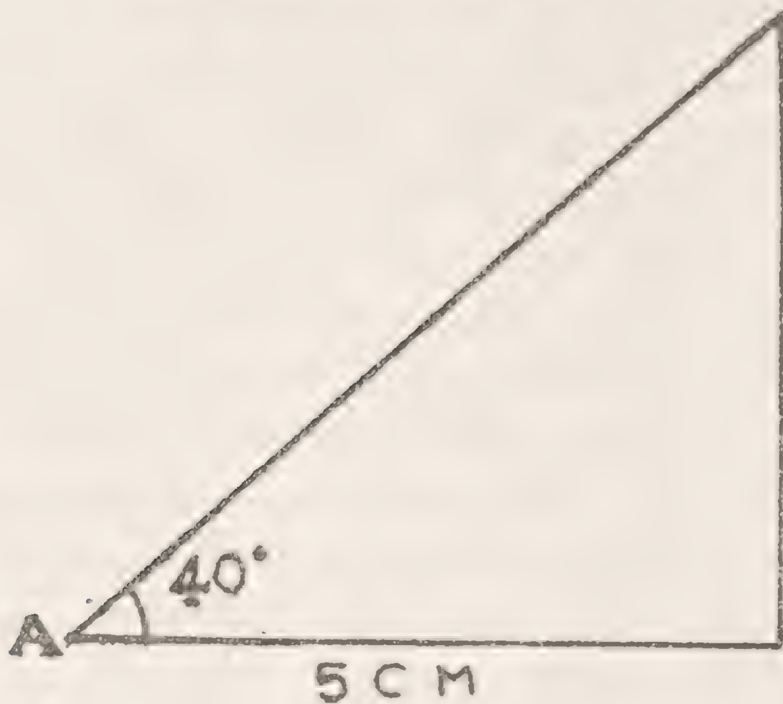


FIG 20

2.25 സെ.മീ. അപ്പോൾ ദീപസ്തംഭത്തിൻെറ ഉയരം 2.25 × 40 = 90 മീററർ ആയിരിക്കും.

കുറിപ്പ് :—40 മീ. നീളത്തിൽ നിങ്ങളുടെ ബുക്കിൽ ഒരു നേർവര വരയ്ക്കുവാൻ സാധിക്കുകയില്ല. ഒരു വലിയ കെട്ടിടത്തിൻെറ പ്ലാൻ ഒരു ചെറിയ കടലാസിൽ വരച്ചിരിക്കുന്നതു നിങ്ങൾ കണ്ടിരിക്കും. അങ്ങിനെ കടലാസിൻെറ വലിപ്പം അനുസരിച്ച വീടിൻെറ വലിപ്പം ചുരുക്കുകയാണ്. കടലാസിലെ ഓരോ രേഖയും യഥാത്ഥരേഖയുടെ ഒരു ക്ലിപ്ത അംശമായിരിക്കും; പകുതിയോ, കാൽഭാഗമോ, പത്തിൽ ഒന്നോ, നൂറിൽ ഒന്നോ, ആയിരത്തിൽ ഒന്നോ ഈ രീതിയിൽ ഒരു തോതെടുത്തു് വരയ്ക്കാം. യഥാത്ഥമായ 1 മീററിനു 1 സെ.മീ. തോതെടുത്താൽ 200 മീററിനു് 200 സെ. മീ. ആകും. അതു കടലാസിൽ വരയ്ക്കുന്നതു് അസൗകര്യമാകയാൽ 10 മീ 1 സെ. മീ. എന്നോ, 20 മീററർ 1 സെ. മീ. എന്നോ 40 മീററർ 1 സെ. മീ. എന്നോ എടുക്കാം. ഇവിടെ സൗകര്യം പ്രമാണിച്ച് 40 മീ. = 1 സെ. മീ. എന്ന തോതെടുത്തിരിക്കുന്നു.

ചിലപ്പോൾ ഉയരം കണ്ടുപിടിക്കേണ്ട വസ്തുക്കളുടെചുവട്ടിലേക്ക് സമീപിക്കുവാൻ സാധിക്കാതെ വരാം. അങ്ങിനെയാണെങ്കിൽ നിലനിരപ്പിൽ സൌകര്യമുള്ള രണ്ടു സ്ഥലങ്ങളിൽനിന്നു് മേൽക്കോൺ കണ്ടാൽമതി. ഈ രണ്ടു മേൽക്കോണിന്റെ ഭുജങ്ങളും സന്ധിക്കുന്ന ബിന്ദുവായിരിക്കും ഉയരം കാണേണ്ട വസ്തുവിന്റെ മുകളിലത്തെ അഗ്രം. അവിടെനിന്നു് ദൃഷ്ടിതലരേഖയ്ക്കു് ഒരു പെർപ്പെൻറിക്കുലർ വരച്ചു് ആ പെർപ്പെൻറിക്കുലറിന്റെ നീളം **അളന്നുകൊള്ളണം.**

ഉദാ : (2) ഒരാൾ ഒരു കുന്നിന്റെ ഉയരം കാണുവാൻ ഒരു സ്ഥലത്തുനിന്നു നോക്കി. കുന്നിന്റെ അഗ്രം 30° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. കുന്നിന്റെ ചുവട്ടിലേക്ക് 40 മീററർ നടന്നു വീണ്ടും നോക്കിയപ്പോൾ അഗ്രം 60° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. എങ്കിൽ സൌകര്യമുള്ള തോതെടുത്തു് ചിത്രം വരച്ചു് കുന്നിന്റെ ഉയരം കാണുക.

Scale 1 CM = 10 M

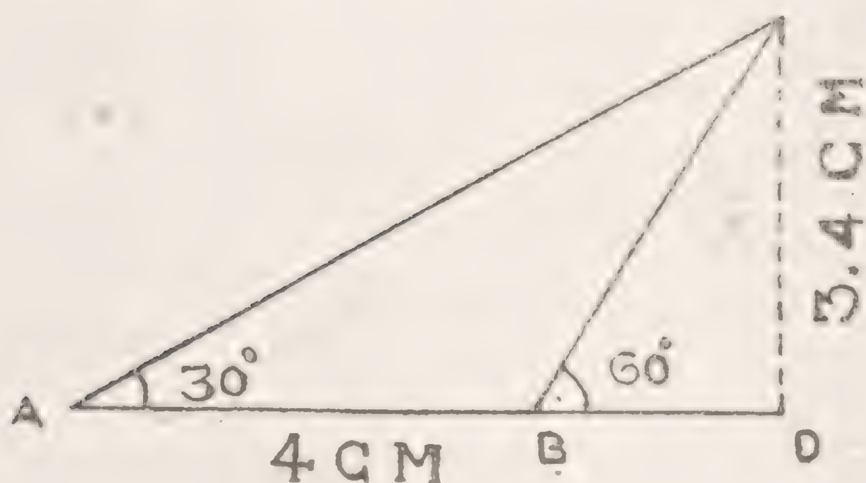


FIG.21

ക്രിയ :— ഒരു നേർവരവരച്ചു് AB, 4 സെ.മീ. അളന്നു കുറിക്കുക. A-യിൽ 30° യിൽ ഒരു ആംഗിളും B-യിൽ AB നീട്ടിയതുമായി 60° ഉണ്ടാകത്തക്കവണ്ണം

മറെറാരാംഗിളും വരച്ച് C–യിൽ സന്ധിപ്പിക്കുക. C–യിൽ നിന്നു് AB നീട്ടിയതിന്ന് പെർപ്പെൻറിക്കുലറായി ഒരു നേർവര വരച്ച് AB നീട്ടിയതിനെ D–യിൽ സന്ധിപ്പിക്കുക. C D അളക്കുക. അതു് 3.4 സെ.മീ. എന്നു കാണാം. കുന്നിൻെറ ഉയരം 3.4 × 10മീ.=34മീ. ആയിരിക്കും.

കുറിപ്പ് :—ഗോപുരം, ദീപസ്തംഭം, കുന്നുകൾ ഇവയുടെ ഉയരവുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ മനുഷ്യൻെറ ഉയരം നിസ്സാരമാകയാൽ തറയിൽനിന്നു് ക്ലൈനോമീററിൻെറ ഉയരം കണക്കിലെടുക്കാറില്ല.

Exercise 35

1. ഒരു വൃക്ഷത്തിൻെറ ചുവട്ടിൽനിന്നു് 30 മീററർ അകലത്തിൽ നില്ക്കുന്ന ഒരാൾ വൃക്ഷത്തിൻെറ അഗ്രം 30° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. എങ്കിൽ വൃക്ഷത്തിൻെറ ഉയരം എന്തു് ? (തോതു് 1 സെ.മീ. =5മീ.)

2. ഒരു കൊടിമരത്തിൻെറ ചുവട്ടിൽനിന്നു് 50 മീററർ അകലെ നില്ക്കുന്ന ഒരാൾ കൊടിമരത്തിൻെറ അഗ്രം 35° മേൽക്കോണിൽ കണ്ടാൽ കൊടിമരത്തിൻെറ പൊക്കം എന്തു് ? (തോതു് 1 സെ.മീ. =10 മീ.)

3. ഒരു വൃക്ഷച്ചുവട്ടിൽനിന്നു് 25 മീററർ അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ വൃക്ഷാഗ്രം 60° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. വൃക്ഷത്തിൻെറ പൊക്കമെന്തു് ? (തോതു് 1 സെ.മീ.=5മീ.)

4. ഒരു ഗോപുരത്തിൻെറ ചുവട്ടിൽനിന്നു് 50 മീററർ അകലെ നില്ക്കുന്ന ഒരാൾ ഗോപുരാഗ്രം 40° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. ഗോപുരത്തിങ്കലേക്കു് 20 മീററർ സമീപിച്ചുനിന്നു നോക്കിയപ്പോൾ ഗോപുരാഗ്രം എത്ര ഡിഗ്രി മേൽക്കോണിൽ കാണും ?

5. ഒരു സ്ഥാനത്തുനിന്നു് ഒരു കുന്നിന്റെ അഗ്രം നോക്കിയപ്പോരം അതു് 35° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. കുന്നിന്റെ സമീപത്തേക്കു് 50 മീററർ നടന്നു് അവിടെനിന്നു നോക്കിയപ്പോരം കുന്നിന്റെ അഗ്രം 70° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. കുന്നിന്റെ ഉയരം എന്തു് ?

6. ഒരു സ്ഥാനത്തുനിന്നു് നോക്കിയപ്പോരം ഒരാരം ഒരു ദീപസ്തംഭത്തിന്റെ അഗ്രം 25° മേൽക്കോണിലും ദീപസ്തംഭത്തിലേക്കു 30 മീ. സമീപിച്ചു് അവിടെ നിന്നു നോക്കിയപ്പോരം അഗ്രം 35° മേൽക്കോണിലും കണ്ടാൽ ദീപസ്തംഭത്തിന്റെ ഉയരം എന്തു് ?

7. ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ അഗ്രം ഒരാരം ഒരു സ്ഥലത്തുനിന്നു് 35° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. അതിന്റെ ചുവട്ടിലേക്കു് 60 മീററർ നടന്നു് അവിടെനിന്നു് ഗോപുരാഗ്രം 55° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം എന്തു് ?

8. ഒരു മണിമാളികയുടെ ചുവടിന്റെ നിരപ്പിൽ A യിൽ നിന്നു നോക്കിയപ്പോരം മണിമാളികയുടെ അഗ്രം 30° യിൽ കാണുന്നു. ചുവട്ടിലേക്കു് 50 മീററർ നടന്നു് B യിൽ നിന്നു നോക്കിയപ്പോരം അതു് 60° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. മണിമാളികയുടെ ഉയരം എന്തു് ? A, B എന്നീ സ്ഥലങ്ങരം മണിമാളികയുടെ ചുവട്ടിൽ നിന്നെന്തകലത്തിൽ?

9. ഒരു പാറക്കെട്ടിന്റെ മുകളിൽ ഒരു വിളക്കുമരം ഉണ്ടു്. പാറക്കെട്ടിന്റെ ചുവട്ടിൽനിന്നു് 60 മീററർ അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരാരം പാറയുടെ മേൽഭാഗം 60° മേൽക്കോണിലും വിളക്കുമരത്തിന്റെ മുകരംഭാഗം 65° മേൽക്കോണിലും കാണുന്നെങ്കിൽ പാറക്കെട്ടിന്റെ ഉയരവും, വിളക്കുമരത്തിന്റെ ഉയരവും കാണുക.

10. ഒരു വിളക്കുമരച്ചുവട്ടിൽ നിന്നു് 50 മീററർ ദൂരത്തിൽ 10 മീററർ ഉയരമുള്ള ഒരു മണിമാളികയുണ്ടു്. മണിമാളികാഗ്രത്തിൽ നിന്നു് വിളക്കുമരത്തിന്റെ മുകൾഭാഗം 30° മേൽക്കോണിൽ കണ്ടാൽ വിളക്കുമരത്തിന്റെ ഉയരം എന്തു് ?

11. സമനിരപ്പിൽനിന്നു് 20 മീററർ ഉയരമുള്ള ഒരു പാറയിൽ നിന്നുകൊണ്ടു്, പാറയുടെ ചുവട്ടിൽ നിന്നു് 60 മീററർ അകലെയുള്ള ഒരു കുന്നിന്റെ മുകൾഭാഗം 25° മേൽക്കോണിൽ കണ്ടാൽ കുന്നിന്റെ ഉയരം എന്തു് ?

12. സമുദ്രത്തിൽ ഒരു പാറയിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന ഒരു വിളക്കുമരത്തിന്റെ അഗ്രം സമുദ്രതീരത്തുനിന്നു് കുറെ അകലെയുള്ള ഒരു സ്ഥലത്തുനിന്നു് നോക്കിയപ്പോൾ 27° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. അവിടുന്നു് 40 മീററർ വിളക്കുമരത്തിന്റെ ചൊവ്വിനു് നടന്നു് അവിടെനിന്നു നോക്കിയപ്പോൾ അതു് 40° മേൽക്കോണിലും കണ്ടാൽ വിളക്കുമരത്തിന്റെ അഗ്രത്തിനു് സമുദ്രതീര നിരപ്പിൽ നിന്നു് എന്തുയരമുണ്ടു് ?

അദ്ധ്യായം 15

(General Revision)

I

1. പൂരിപ്പിക്കുക :

(i) $\frac{1}{3} : \frac{3}{4} = 4 :$ —

(ii) $0.1 \times 0.01 \times 0.001 =$ ——

(iii) $0.5 \div 0.001 =$ ———

(iv) 5 സെ.മീ. 4 മി- മീ. = —— മീററർ

(v) 8 ഗ്രാം = —— കി. ഗ്രാം.

(*vi*) ഒരു സംഖ്യയുടെ a % = b, എങ്കിൽ സംഖ്യ = ———.

(*vii*) ഒരു റൈററാംഗിൡഡ് ട്രയാംഗിളിൻെറ ചെറിയ വശങ്ങൾ 6 സെ.മീ. 8 സെ.മീ. ആയാൽ ട്രയാംഗിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം = ———ച. സെ.മീ.

(*viii*) $\frac{1}{8}$ = ——— %

2 ഒരാൾ 25 സെ.മീ. നീളം, 15 സെ.മീ. വീതി, 16 സെ.മീ. ആഴമുള്ള ഒരു പാത്രത്തിൽ വെള്ളം നിറച്ച് 1.5 മീററർ നീളം, 1 മീററർ വീതി, 1 മീററർ ആഴമുള്ള ഒരു ടാങ്കിൽ ഒഴിക്കുന്നു. എത്ര പാത്രം വെള്ളം ഒഴിച്ചാൽ ടാങ്കു നിറയും ?

3. ഒരാൾ ഒരു ബാങ്കിൽനിന്നു് 8% കൂട്ടുപലിശയ്ക്കു് 2450 രൂപ കടം വാങ്ങുന്നു. രണ്ടാം വർഷാവസാനത്തിൽ എന്തു തുക അടച്ചാൽ ഇടപാടു തീരും ?

4. ഒരു വ്യാപാരി രണ്ടുകാറുകൾ 12420 രൂപ വീതം വിലയ്ക്കു വിററപ്പോൾ ഒന്നിനു് 8% ലാഭവും മറേറതിനു് 8% നഷ്ടവും ഉണ്ടായി. രണ്ടുകച്ചവടത്തിലും കൂടി അയാൾക്കു് ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര % ?

5. ഒരു നിസ്വൻെറ സ്വത്തു് 24000 രൂപയും കടം 40,000 രൂപയും ആണെന്നു് നിർണ്ണയിക്കുന്നു. സ്വത്തിൻെറ 10% ചിലവുകൾക്കായും 5% അയാളുടെ ഭാവി ജീവിതത്തിന്നായും നീക്കിവച്ചു് ബാക്കി കടക്കാർക്കു് വീതിച്ചാൽ രൂപയ്ക്കു എത്ര ന.പ. ഡിവിഡണ്ടു് കിട്ടും ?

6. ഒരു ബാങ്കിലെ സേവിംഗ്സ് അക്കൌണ്ടിൽ 3% പലിശ കൊടുക്കുന്നു. ഓരോ മാസത്തിലും 20-ാം തീയതി അക്കൌണ്ടിലുള്ള തുകയ്ക്കു് (രൂപയ്ക്കു മാത്രം) പലിശ കണക്കാക്കുന്നു. ഓരോ വർഷ

ത്തിലും മാർച്ച് 31–ാം തീയതി മുതലിനോട്ട പലിശ കൂട്ടുന്നു. ഒരാളുടെ അക്കൌണ്ടാണ് താഴെ കാണുന്നത്.—

1962 ഏപ്രിൽ 20–ാംനു കണക്കിൽ 300 രൂ.
ആഗസ്റ്റ് 15 ,, നിക്ഷേപം 500 ,,
ഒക്ടോ. 10 ,, പിൻവലിച്ചത് 200 ,,

1963 മാർച്ച് 31–ാം തീയതി അയാളുടെ അക്കൌണ്ടിലുള്ള തുകയെന്ത് ?

II

1. 40 കുട്ടികളുള്ള ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളുടെ ആവരേജ് വയസ്സ് 12·4 ആകുന്നു. ആവരേജ് 12·6 വയസ്സുള്ള 10 കുട്ടികൾ നീങ്ങിപ്പോകയും 12·8 ആവരേജ് വയസ്സുള്ള 10 കുട്ടികൾ വന്നുചേരുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇപ്പോൾ ആ ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളുടെ ആവരേജ് വയസ്സെന്തായിരിക്കും ?

2. ഒരു വ്യാപാരി 450 രൂപയ്ക്കു് ഒരു റേഡിയോ വാങ്ങി. പരസ്യവിലയിൽ 10% ഡിസ്കൌണ്ട് അനുവദിച്ച് വില്ക്കുമ്പോൾ 10% ലാഭം കിട്ടണമെന്ന് നിശ്ചയിക്കുന്നു. എങ്കിൽ അയാൾ എന്തു വില പരസ്യപ്പെടുത്തണം ?

3. ഒരാൾ രാവിലെ 8·15 ന് തിരുവനന്തപുരത്തു നിന്ന് എറണാകുളത്തേക്ക് കാറിൽ യാത്ര തിരിക്കുന്നു. അയാൾ 9·50 മുതൽ 10·05 വരെയും, 12·40 മുതൽ 1·10 വരെയും വഴിയിൽ വിശ്രമിക്കുന്നു. ഉച്ചതിരിഞ്ഞു് 3 മണിക്ക് അയാൾ എറണാകുളത്തു് എത്തിച്ചേരുന്നു. തിരുവനന്തപുരത്തു നിന്ന് എറണാകുളത്തേക്ക് 220 കി. മീററർ ദൂരമുണ്ടെങ്കിൽ കാർ ഓടിയ സമയത്തു് അതിന്റെ ആവരേജ് വേഗത മണിക്കൂറിൽ എത്ര കി.മീററർ? (ഉത്തരം 1 ഡസിമൽസ്ഥാനത്തിന് ശരിയായി കാണുക.)

4. ഒരു കൊല്ലം S.S.L.C. പരീക്ഷയ്ക്കു് ചേർന്നതിൽ 40% പെൺകുട്ടികളും ബാക്കി ആൺകുട്ടികളുമായിരുന്നു. അക്കൊല്ലം ആകെ 48 % പേർ ജയിച്ചു. പെൺകുട്ടികൾ 45 % ജയിച്ചെങ്കിൽ ആൺകുട്ടികൾ എത്ര പെർസന്റു ജയിച്ചു ?

5. 12 ജോലിക്കാർ 8 ദിവസംകൊണ്ടു് ചെയ്യുന്ന ജോലി 6 ദിവസംകൊണ്ടു് ചെയ്തുതീർക്കുവാൻ അതേ തോതിൽ ജോലിചെയ്യുന്ന എത്രപേർ വേണം ?

6. തറയിൽ നില്ക്കുന്ന ഒരാൾ ഒരു വിളക്കുമരത്തിന്റെ അഗ്രം 45° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. വിളക്കുമരത്തിങ്കലേക്കു 40 മീററർ നടന്നു്, അവിടെനിന്നു നോക്കിയപ്പോൾ അഗ്രം 60° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. വിളക്കുമരത്തിന്റെ ഉയരമെന്തു് ?

III

1. (*a*) ഒരു പുരയിടത്തിന്റെ $\frac{3}{8}$ ഭാഗത്തിനു് 2400 രു. വിലയാണെങ്കിൽ ആകെ വിലയെന്തു് ?

(*b*) ഒരു ഡസൻ പെൻസിലിനു് 1 രു. 25 ന. പ. വില ആണെങ്കിൽ ഒരു ഗ്രോസിന്റെ വിലയെന്തു് ?

(*c*) 7 കുപ്പി പാലും 3 കുപ്പി വെള്ളവും ചേർത്തു് ഉണ്ടാക്കുന്ന മിശ്രിതത്തിൽ പാൽ എത്ര % ?

(*d*) 10 സെ. മീ. ഡയമീററുള്ള സർക്കിളിന്റെയും 10 സെ. മീ. ഒരു വശമായ സമചതുരത്തിന്റെയും ചുററളവു് ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

(*e*) 100 രൂപയ്ക്കു് മാസം 1 രൂപ പലിശ കിട്ടുന്നു. ഈ നിരക്കിൽ എത്ര നാൾകൊണ്ടു് മുതലിനു് തുല്യമായ തുക പലിശയായി കിട്ടും ?

(*f*) 1962 ഫെബ്രുവരി 19 മുതൽ അതേവർഷം സെപ്തംബർ വരെ രണ്ടു ദിവസവും ഉൾപ്പെടെ എത്ര ദിവസം ഉണ്ട്?

(*g*) $\frac{14.04 \times 2.15}{2.34} = 12.9$ ആണെങ്കിൽ

$\frac{140.4 \times 0.215}{23.4}$ എത്ര?

2. കൊല്ലത്തുനിന്നും പുറപ്പെട്ട് തിരുവനന്തപുരത്തു ചെന്നുചേരുന്ന തീവണ്ടികളിൽ 4 എണ്ണത്തിന്റെ പുറപ്പെടുന്ന സമയവും വന്നുചേരുന്ന സമയവും താഴെ കുറിച്ചിരിക്കുന്നു:—

	പുറപ്പെടുന്ന സമയം	വന്നുചേരുന്ന സമയം
(1)	6-19 A. M.	8-57 A. M.
(2)	8-33 ,,	11-10 ,,
(3)	10-35 ,,	2- 6 P. M.
(4)	1-23 P. M.	4-15 ,,

ഓരോ വണ്ടിയും യാത്രയ്ക്കു എടുക്കുന്ന സമയമെന്ത്? അവയുടെ ആവറേജ് സമയമെന്തു്?

3. (*a*) ഒരു ക്ലാസ്സിലുള്ള കുട്ടികളിൽ 85% ജയിച്ചു. 6 കുട്ടികൾ തോറ്റെങ്കിൽ ജയിച്ച കുട്ടികൾ എത്ര?

(*b*) പരസ്യവിലയിൽ 20% ഡിസ്കൗണ്ട് അനുവദിച്ചതിന്റെശേഷം 15% ലാഭം കിട്ടത്തക്കവണ്ണം പരസ്യവില ഇടുന്നു. 40 രൂ. യഥാർത്ഥവിലയുള്ള സാധനത്തിന് എന്തുവില പരസ്യപ്പെടുത്തണം?

4. ഒരു കുട്ടിക്കുള്ള സ്കോളർഷിപ്പിനായി പ്രതിവർഷം 60 രൂ. ലഭിക്കുവാൻ പ്രതിവർഷം 3 % പലിശ നല്കുന്ന ബാങ്കിൽ എന്തു തുക നിക്ഷേപിക്കണം ?

5. മണിക്കൂറിൽ 5 കി. മീററർ വീതം ഓടുന്ന ഒരു തീവണ്ടി 15 മണിക്കൂർകൊണ്ട് ഒരു സ്ഥലത്തെത്തും. വണ്ടിയുടെ വേഗത മണിക്കൂറിൽ 10 കി. മീ. വർദ്ധിപ്പിച്ചാൽ അത്രയും ദൂരം ഓടാൻ എന്തു സമയം വേണമെന്ന് പ്രൊപ്പോർഷൻ രീതിയിൽ കാണുക.

6. (*a*) $5x+3x-2x$ എത്ര ?

(*b*) $2a+2b$, $5a+4b$ ഇവയുടെ തുകയിൽനിന്ന് $4a+2b$ കുറയ്ക്കുക.

(*c*) $p=7$, $q=3$ എങ്കിൽ $p^2+2pq+q^2$ എത്ര ?

(*d*) $5(x+2y)+2(3x-2y)$ എത്ര ?

IV

1. (*a*) താഴെ കാണുന്ന അക്ഷരങ്ങളെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ഫോർമുല എഴുതി വിട്ടുപോയ കാളം പൂരിപ്പിക്കുക.

x	1	2	3	4	5	6	—
y	1	4	9	16	—	—	64

(*b*) $3{\cdot}5x$, $4{\cdot}5x$, $8y$ ഇവയുടെ തുകയിൽനിന്ന് $5y$ കുറയ്ക്കുക.

(*c*) $2{\cdot}4a$, $3{\cdot}6a$ ഇവയുടെ തുക a, $2{\cdot}7a$ ഇവയുടെ തുകയെക്കാൾ എന്തു കൂടുതലാണ് ?

(*d*) 4 രൂപ വിലയുള്ള $5x$ പേനായും 9 രൂപ വീതം വിലയുള്ള $8x$ ഫൌണ്ടൻപേനാ... — (see note)

(e) 16xy രൂപകൊണ്ട് 4x രൂപ വീതം വില യുള്ള എത്ര പുസ്തകം വാങ്ങാം?

(f) *i.* 6a—(3—2b) എത്ര?
ii. 3 (2a—b)+4 (5a—2b) എത്ര?

2. വെണ്ണ ഉരുക്കി നെയ്യാക്കുമ്പോൾ അതിന്റെ ഭാരം 37.5 ശതമാനം കുറയുന്നു.

i. 10 കി. ഗ്രാം വെണ്ണ ഉരുക്കിയാൽ എത്ര നെയ്യ് കിട്ടും?

ii. 10 കി. ഗ്രാം നെയ്യ് കിട്ടുവാൻ എത്ര കി. ഗ്രാം. വെണ്ണ ഉരുക്കണം?

3. 800 കി. ഗ്രാം നെല്ലുണങ്ങുമ്പോൾ 780 കി. ഗ്രാം ആകുന്നു. ഉണങ്ങുന്നതിനു മുമ്പുള്ള നെല്ലിന്റെ എത്ര % ആണ് ഇതു്?

4. ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ ഒരു നേര്യതിന്റെ വാങ്ങിയ വിലയിൽ 10 % കൂട്ടി വില പരസ്യപ്പെടുത്തുന്നു. 19 രൂ. 25 ന.പ. പരസ്യവിലയുള്ള നേര്യതിന്റെ വാങ്ങിയ വില എന്തു്?

5. ചാക്കിനു് 40 രൂപ വിലയുള്ള അരിച്ചാക്കിനു് 44 രൂപ ആയി വർദ്ധിച്ചാൽ വർദ്ധിച്ച വില ആദ്യവിലയുടെ എത്ര % ആയിരിക്കും?

6. ഒരു ഉദ്യോഗസ്ഥന്റെ ശമ്പളം 500 രൂപയിൽ നിന്നു് 600 രൂപ ആയി ഉയരുന്നു. വർദ്ധിച്ച ശമ്പളം ആദ്യത്തേതിന്റെ എത്ര % ആയി?

———

V

1. പൂരിപ്പിക്കുക :—

(a) 3684 ഗ്രാം = — കി.ഗ്രാം.

(b) 0.08 = —%

(c) $\frac{5}{8}$ = —%

(d) 420 : 540 = 7 : —

(e) 60 ൻെറ 5 % = 5 ൻെറ —%

(f) 0.3 ÷ .006 = —

2. (i) 440 കുട്ടികളുള്ള ഒരു സ്കൂളിൽ 11 അദ്ധ്യാപകരുണ്ട്. കുട്ടികളുടെ സംഖ്യയും അദ്ധ്യാപകരുടെ സംഖ്യയും ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

(ii) ഒരു ചതുരക്കട്ടയുടെ വ്യാപ്തം 1800 ഘ.സെ. മീററും, നീളം 30 സെ.മീ., വീതി 15 സെ. മീററുമായാൽ അതിനു എന്തു പൊക്കമുണ്ട് ?

(iii) ഒരു ട്രയാംഗിളിൻെറ 2 ആംഗിൾ 65° യും 73° യും ആണെങ്കിൽ മൂന്നാമത്തെ ആംഗിൾ എത്ര?

(iv) 10 പുസ്തകത്തിനു് വിലകൊടുക്കുമ്പോൾ 1 പുസ്തകം സൌജന്യമായി കിട്ടിയാൽ ഇതു് എത്ര % ഡിസ്കൌണ്ടാണു് ?

(v) രൂപയ്ക്കു 3 ന.പ, ആദായനികുതി കൊടുക്കുന്നു. അററാദായത്തിനെ ഏതു ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മൊത്താദായം കിട്ടും ?

(vi) രൂപയ്ക്കു 5 വീതം വാങ്ങിയ സാധനം രൂപയ്ക്കു 4 വീതം വിററാൽ ലാഭം എത്ര %?

(vii) 1 രൂപയ്ക്കു് പ്രതിമാസം ഒരു ന.പ. പലിശ എന്നതു് പ്രതിവൎഷം എത്ര % പലിശയാണു്?

(viii) 100 നാളികേരത്തിനു് 30 രൂപാ വിലവച്ചു് 312 നാളികേരത്തിൻെറ വില എളുപ്പവഴിയിൽ കാണുക.

3. ഒരു നിസ്സാൻ A, B, C എന്ന മൂന്നുപേക്ക് യഥാക്രമം 700 രൂ., 1450 രൂ., 650 രൂ. കൊടുത്തു തീർക്കുവാനുണ്ട്. അയാൾക്കു് കടക്കാർക്കു് വിഭജിക്കുവാൻ 1680 രൂപ ആസ്തിയുണ്ടെങ്കിൽ എന്തു ഡിവിഡൻറു് കൊടുക്കുവാൻ കഴിയും? ഓരോരുത്തർക്കും കിട്ടുന്ന സംഖ്യ എന്തു്?

4. 2500 രൂപ വിലയുള്ള ഒരു സ്കൂട്ടർ 10 % ഡിസ്കൗണ്ടു് കുറച്ചു വിൽക്കുമ്പോൾ $12\frac{1}{2}$ % ലാഭം കിട്ടിയാൽ സ്കൂട്ടറിൻെറ യഥാർത്ഥവിലയെന്തു്?

5. ഉള്ളിൽ 80 സെ.മീ. നീളം, 60 സെ.മീ. വീതിയുള്ള ഒരു പെട്ടിയിൽ 160 ലിററർ അരി കൊള്ളുവാൻ എന്തുയരം വേണം?

6. 300 പട്ടാളക്കാർക്കു് 90 ദിവസത്തേക്കുള്ള ഭക്ഷണസാധനങ്ങൾ ശേഖരിച്ചു. അപ്പോൾ 200 പട്ടാളക്കാർ കൂടി അവരോടു ചേർന്നാൽ ആ ഭക്ഷണം അവർക്കു് എത്ര നാളത്തേക്കു കാണും?

7. AB= 5 സെ.മീ., BC=6 സെ.മീ., AC=3.5 സെ.മീ. ഈ അളവിൽ ഒരു ത്രയാംഗിൾ നിർമ്മിക്കുക. B യിൽ കൂടി AC ക്കും, C യിൽകൂടി AB ക്കും പാരലൽ വരച്ചു് D യിൽ സന്ധിപ്പിക്കുക. CD, BD ഇവ അളന്നു കുറിക്കുക?

8. ഒരു ഗോപുരത്തിൻെറ ചുവട്ടിൽ നിന്നു് 60 മീററർ അകലെ നില്ക്കുന്ന ഒരാൾ ഗോപുരാഗ്രം 25° മേൽ കോണിൽ കണ്ടാൽ ഗോപുരത്തിൻെറ ഉയരം എന്തു്?

VI

1. താഴെകാണുന്ന ഡസിമൽ ഭിന്നങ്ങളെ സാധാരണ ഭിന്നങ്ങളായി എഴുതുക :—
0.25 ; 0.125 ; 0.625 ; 0.05 ; 1.025.

2. താഴെക്കാണുന്ന സാധാരണഭിന്നങ്ങളെ പെർസെന്റാക്കി എഴുതുക :—

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{20}$, $1\frac{3}{5}$, $3\frac{9}{25}$.

3. ഒരു പാത്രം നിറയെ വെള്ളം ഉള്ളപ്പോൾ അതിന്റെ തൂക്കം 40 കി.ഗ്രാം ആണ്. കൃത്യം പകുതിഭാഗം മാത്രം വെള്ളം ഉള്ളപ്പോൾ അതിന് 30 കി.ഗ്രാം തൂക്കമുണ്ടെങ്കിൽ പാത്രത്തിന്റെ മാത്രം തൂക്കം എന്ത്?

4. ഒരാൾ കി.ഗ്രാമിന് 6 രൂ. വിലയുള്ള 4 കി.ഗ്രാം കാപ്പിപ്പൊടിയും കി.ഗ്രാമിന് 5 രൂ. 25 ന.പ. വിലയുള്ള 6 കി.ഗ്രാം കാപ്പിപ്പൊടിയും വാങ്ങിച്ച് കൂട്ടികലർത്തി കി.ഗ്രാമിന് 5 രൂ. 75 ന.പ. നിരക്കിന് വിററാൽ ലാഭമോ, നഷ്ടമോ എത്ര?

5. കുട ഒന്നിന് 8 രൂപാ വീതം $(5x+3y)$ കുടയും പുസ്തകം ഒന്നിന് 5 രൂ. വീതം $(3x+4y)$ പുസ്തകവും വാങ്ങിയാൽ ആകെ എന്തു വിലയാകും?

6. $s=2n^2+a$. $n=3$, $a=4$ എങ്കിൽ s ന്റെ വില എന്ത്?

7. ലഘൂകരിക്കുക :—

(a) $4{\cdot}5a+3{\cdot}5a-2{\cdot}5a$ (b) $9{\cdot}5x+8{\cdot}5x-3{\cdot}5x$

(c) $10{\cdot}5x-7{\cdot}5x+9{\cdot}5x-3{\cdot}5y$

8. 5 ആർ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ട്രയാംഗുലറായ ഒരു പുരയിടത്തിന്റെ ഒരു വശം 100 മീററർ ആണെങ്കിൽ എതിർ മൂലയിൽനിന്ന് ആ വശത്തേക്കുള്ള ആൾട്ടിട്യൂഡിന്റെ നീളം എന്ത്?

VII

NEW TYPE QUESTIONS

1. ഉചിതമായി പൂരിപ്പിക്കുക :—

(a) വാങ്ങിയ വില—വിററവില = —

(b) ഒരു ദീർഘചതുരത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം = — ഗുണനഫലം

(c) ഒരു കി.ഗ്രാം = — ഗ്രാം

(d) 1 ആർ = — ച.മീററർ

2. ബ്രാക്കററിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതിൽ നിന്നു് ശരിയായ ഫോമുലാ എടുത്തെഴുതുക :—

(i) ശരാശരി കണ്ടുപിടിക്കുവാനുള്ള ഫോമുലാ

$$(a=s,\ a=\frac{s}{n},\ a=ns)$$ ✓

(ii) സാധാരണ പലിശ കാണുവാനുള്ള ഫോമുല

$$(I=\frac{r}{100},\ I=P+nr,\ I=PNr)$$

(iii) ചതുരപ്പെട്ടിയുടെ വ്യാപ്തത്തിനുള്ള ഫോമുല $(V=lb,\ V=lbh,\ V=(l+b\times h)$

(iv) ഒരു സർക്കിളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണത്തിനുള്ള ഫോമുല $(A=\pi d;\quad C=\pi d;\quad A=\pi r^2;\ C=2\pi r)$

3. ലിസററ് A യിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയ്ക്കു യോജിച്ചതു് ലിസ്ററു് B യിൽ നിന്നു് തിരഞ്ഞെടുത്തു് നേരെ എഴുതുക.

A	B
(1) ഒരു മുറിയുടെ 4 ഭിത്തികളുടെ വിസ്തീർണ്ണം	(1) 250 ച. ചെയിൻ
(2) ഒരു ട്രയാംഗിളിന്റെ ആംഗിളിന്റെ തുക.	(2) $\frac{1}{4}$
(3) 25 %	(3) $\frac{1}{20}$
(4) .05	(4) 180°
(5) 1 ചെയിൻ	(5) 2h (l+b)
(6) 1 ഹെക്ടർ	(6) ഉന്നതി കോൺ അളക്കുന്ന
(7) 1 obtuse angle	(7) 20 മീറ്റർ
(8) ക്ലൈനോമീറ്റർ	(8) 125°

4. തെറ്റുണ്ടെങ്കിൽ തിരുത്തുക:—

(a) 90° അളവുള്ള ആംഗിളിനെ അക്യൂട്ട് ആംഗിൾ എന്നു പറയുന്നു.

(b) ഒരു ക്ലാസ്സുമുറിയുടെ 4 ഭിത്തികളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുവാൻ ക്ലാസ്സുമുറിയുടെ ചുറ്റളവിനെ ഭിത്തിയുടെ ഉയരം കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം.

(c) നെറ്റ് ഇൻകമിനോട് ടാക്സ് കൂട്ടിയാൽ ഗ്രോസ്സ് ഇൻകം കിട്ടും.

(d) $7a+3b = 10ab$

(e) $4x \times 5x = 20x^2$

(f) സർക്കിളിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $=2\pi r$

(g) ലാഭ %, നഷ്ട % ഇവ വിറ്റവിലയിൽ കണക്കാക്കുന്നു.

(*h*) ഡിസ്കൗണ്ട് കണക്കാക്കുന്നത് പരസ്യവിലയിലാണ്.

(*i*) ഒരു ട്രയാംഗിളിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \pi r^2$

5. താഴെ ചെയ്തിരിക്കുന്ന ക്രിയകൾ പൂർണ്ണമല്ല. മുഴുവൻ ചെയ്തു പൂർത്തിയാക്കുക:—

(*i*) $\dfrac{3.5 \times 2.5}{100} = \dfrac{8.75}{100}$ ——

(*ii*) $\dfrac{6x \times 5xy}{3x} = \dfrac{30x^2y}{3x}$ ——

(*iii*) 250 ന്റെ 20 % $= \dfrac{250 \times 20}{100}$ ——

(*iv*) 500 രൂപയ്ക്ക് 6 % നിരക്കിൽ 2 വർഷത്തേക്കുള്ള സാധാരണ പലിശ $= \dfrac{500 \times \text{——}}{100}$ രൂ.

VIII

1. 50 രൂപയ്ക്ക് ഒരു മേശ വാങ്ങി 55 രൂപയ്ക്കു വിററാൽ ലാഭം എത്ര % ?

2. 120 രൂപയ്ക്കു വാങ്ങിയ സാധനം 108 രൂപയ്ക്കു വിററാൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര % ?

3. 130 രൂപയ്ക്കു വാങ്ങിയ വാച്ച് എന്തു വിലയ്ക്കു വിററാൽ 5 % ലാഭം കിട്ടും ?

4. രൂപയ്ക്കു 10 വീതം മുട്ട വാങ്ങി 8 വീതം വിററാൽ ലാഭം എത്ര % ?

5. ഒരാൾ 8 ആടുകളെ 320 രൂപയ്ക്കു വാങ്ങി രണ്ടാഴ്ച്ചത്തി തീററിയതിനു ശേഷം 500 രൂപയ്ക്കു അവയെ വില്ക്കുന്നു. തീററക്കൂലി 80 രൂപ ആയെങ്കിൽ ലാഭം എത്ര % ?

6. ഒരാൾ ഒരു കാളയെ 253 രൂപയ്ക്കു വിററപ്പോൾ 10 % ലാഭം കിട്ടി, 15 % ലാഭം കിട്ടുവാൻ എന്തു വിലയ്ക്കു വിൽക്കണം ?

7. ഒരു മോട്ടോർ സൈക്കിളിൻെറ പരസ്യവില 2500 രൂപയാണ്. അതിൽ 20 % ഡിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു വിൽക്കയാണെങ്കിൽ അതിനു് എന്തു വിലയ്ക്കു നിങ്ങൾക്കു കിട്ടും ?

8. 300 രൂപ യഥാർത്ഥ വിലയുള്ള ഒരു തയ്യൽ യന്ത്രത്തിനു 20 % കൂട്ടി പരസ്യവില ഇടുന്നു. അതിൽ 10 % ഡിസ്കൗണ്ട് കുറച്ചു വിററാൽ കമ്പനിക്കു കിട്ടുന്ന ലാഭം എത്ര %?

9. വാങ്ങിയ വിലയുടെ 10 % കൂട്ടി വില കുറിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു സാധനത്തിനു് എത്ര % ഡിസ്കൗണ്ട് അനുവദിച്ചു വിററാൽ കച്ചവടക്കാരനു് 5 % ലാഭം കിട്ടും ?

10. 5000 രൂപ പരസ്യവിലയുള്ള ഒരു വസ്തുവിനു് 10 % ഡിസ്കൗണ്ട് കമ്പനിയിൽനിന്നും അനുവദിച്ചിട്ടുണ്ട്. വില്പനയുടെ 5 % ഏജൻറിനു് സൗജന്യമായി ലഭിക്കും. ഏജൻറിനു കിട്ടുന്ന തുക എന്തു് ? കമ്പനിയ്ക്കു ലഭിക്കുന്ന തുക എന്തു് ?

IX

1. 100 നാളികേരത്തിനു് 25 രൂപ വിലവച്ചു് 670 നാളികേരത്തിൻെറ വില പ്രാക്ടീസ് വഴി കാണുക.

2. ക്വിൻറലിനു് 52 രൂ. 50 ന.പ. നിരക്കിൽ 9 ക്വിൻറൽ 50 കി.ഗ്രാം അക്കരയുടെ വില പ്രാക്ടീസ് വഴി കാണുക.

3. പ്രതിമാസം 500 രൂപ വരവുള്ള ഒരാൾ പ്രതിവർഷം 90 രൂപ ആദായനികുതി കൊടുക്കുന്നെങ്കിൽ നികുതി നിരക്കെന്തു് ? ആദ്യത്തെ 3000 രൂപയ്ക്കു് നികുതിയില്ല.

4. പ്രതിമാസം 800 രൂപ വരവുള്ള ഒരാൾക്കു് പ്രതിവർഷം അററാദായം 9060 രൂപയാണെങ്കിൽ നികുതിനിരക്കെന്തു് ? ആദ്യത്തെ 3600 രൂപയ്ക്കു് നികുതിയില്ല.

5. 1200 രൂപയ്ക്കു് 4 % നിരക്കിൽ 3 വർഷത്തെ സാധാരണ പലിശയെന്തു് ?

6. 4200 രൂപ 2 വർഷം കൊണ്ടു് സാധാരണ പലിശയടക്കം 4704 രൂപയാകുമെങ്കിൽ പലിശ നിരക്കെന്തു് ?

7. 3500 രൂപയ്ക്കു് 5 % നിരക്കിൽ രണ്ടു വർഷത്തേക്കുള്ള കൂട്ടുപലിശയെന്തു് ?

8. 1200 രൂപയ്ക്കു് 6 % നിരക്കിൽ രണ്ടു വർഷത്തേ കൂട്ടുപലിശയുൾപ്പടെയുള്ള തുക എന്തു് ?

9. 3820 രൂപയ്ക്കു് 3 % നിരക്കിൽ 2 വർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശ അതിൻെറ 2 വർഷത്തെ അതേ നിരക്കിലുള്ള സാധാരണ പലിശയെക്കാൾ എന്തു കൂടുതലാണു് ?

10. 80 മീററർ നീളം, 60 മീററർ വീതിയുമുള്ള ഒരു ചതുരത്തിനു് ചുററും പുറത്തായി 2 മീററർ വീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ടു്. പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?

11 40 മീററർ നീളം. 30 മീററർ വീതിയുള്ള ഒരു ചതുരത്തിനകത്തു് ചുററും 1 മീററർ വീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ടു്. പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ?

12. 20 മീററർ റേഡിയസ്സിൽ സർക്കുലറായ ഒരു തോട്ടത്തിന്നു് ചുററും വെളിയിൽ 3 മീററർ വീതിയുള്ള ഒരു പാതയുണ്ടു്. ആ പാതയിൽ ചരൽ വിരിക്കുവാൻ ചതുരശ്രമീററിന്നു് 50 ന.പ. വച്ചു് എന്തു ചെലവാകും ?

13. 10 മീ. നീളം, 8 മീ. വീതി, 1 മീററർ ആഴമുള്ള ഒരു ടാങ്കു് നിറയ്ക്കുവാൻ എത്ര ലിററർ വെള്ളം വേണം ?

14. സെക്കൻററിൽ 50 ലിററർ വീതം ഒഴുകിവരുന്ന ഒരു കുഴൽവഴി 8 മീററർ × 4 മീററർ × 3 മീററർ ഈ അളവുള്ള ഒരു ടാങ്കു് എത്ര സമയംകൊണ്ടു് നിറയും ?

15. ഒരു മുറിയുടെ വെളിയിൽ 8 മീററർ നീളം, 6 മീററർ വീതി, 3 മീററർ ഉയരം ഉണ്ടു്. ഭിത്തിക്കു് 40 സെ. മീ. കനമുണ്ടെങ്കിൽ ഭിത്തിയുടെ വ്യാപ്തം എന്തു് ?

X

1. താഴെപ്പറയുന്ന റേഷ്യോ പൂരിപ്പിക്കുക :—
   (*a*) 27 രൂ. : 45 രൂ. = 30 കി. ഗ്രാം : —
   (*b*) — : 144 കി. മീ. = 56 രൂ. : 63 രൂ.
   (*c*) 175 സെ. മീ : — = 77 രൂ. : 88 രൂ.
   (*d*) $8\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2}$ = — : 40 മീ.
2. ഒരു വയൽ റൈററാംഗിൾഡു് ട്രയാംഗിൾ രൂപത്തിലാണു്. അതിൻെറ ചെറിയ വശങ്ങൾ 120 മീററും 90 മീററും ആണെങ്കിൽ വയലിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം എന്തു് ? (ഹെക്ടാറിൽ).
3. ചതുരാകൃതിയായ ഒരു പുരയിടത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം 1.5 ഹെക്ടാർ ആണു്. അതിൻെറ നീളം 250 മീററാണെങ്കിൽ ചുററും മറയ്ക്കുവാൻ മീററിന്നു് 1.50 രൂപ വച്ചു് എന്തു് ചെലവാകും ?

4. ഒരു നിസാൻെറ ബാദ്ധ്യത 60000 രൂപയും ഉത്തമർണ്ണന്മാക്ക് വീതിക്കവാനുള്ള ആസ്തി 12000 രൂപയുമാണ്. എന്തു ഡിവിഡൻറു് കൊടുക്കവാൻ കഴിയും ? 13000 രൂപാ കിട്ടേണ്ട ഒരു ഉത്തമർണ്ണന് എന്തുതുക ലഭിക്കും ?

5 2496 രൂപ ആസ്തിയുള്ള ഒരു നിസാന് രൂപയ്ക്ക് 64 ന.പ. ഡിവിഡൻറു് കൊടുക്കവാൻ കഴിഞ്ഞാൽ അയാളുടെ ബാദ്ധ്യതയെന്തു് ?

6. 16000 രൂപയുടെ $2\frac{1}{2}$ % നിരക്കിലുള്ള 3 വഷത്തെ സാധാരണ പലിശയെന്തു് ?

7. 8500 രൂപയ്ക്കു് ഒരു കാർ വിററാൽ 15 % നഷ്ടം ഉണ്ടാകുന്നു. 10 % ലാഭം കിട്ടുവാൻ എന്തുവിലയ്ക്കു വിൽക്കണം ?

8. A യുടെ പക്കൽ 300 രൂപയും B യുടെ പക്കൽ 150 രൂപയുമുണ്ട്. അവരുടെ തുക ഏതു റേഷ്യോയിൽ ? ആ റേഷ്യോ 5 : 4 എന്നാകുവാൻ A, B ക്കു എന്തുതുക കൊടുക്കണം ?

9. 10 മീററർ റേഡിയസ്സും 15 മീററർ റേഡിയസ്സും ഉള്ള രണ്ടു സക്കിളിൻെറ (i) സക്കംഫറൻസു് ഏതു റേഷ്യോയിൽ ? (ii) വിസ്തീർണ്ണം ഏതു റേഷ്യോയിൽ ?

10. ദീർഘചതുരാകൃതിയായ അടപ്പുള്ള പെട്ടിയുടെ വെളിയിലെ നീളം 30 സെ. മീ., വീതി 22 സെ. മീ., ഉയരം 12 സെ. മീ. ആണ്. പലകക്കനം 1 സെ. മീ. ആണെങ്കിൽ അതുണ്ടാക്കവാൻ വേണ്ട പലകയുടെ വ്യാപ്തം എന്തു് ?

11. ചുവട്ടിലേക്കു സമീപിക്കവാൻ നിവൃത്തിയില്ലാത്ത ഒരു കുന്നിൻെറ അഗ്രഭാഗം ഒരു സ്ഥലത്തുനിന്നു് നോക്കിയപ്പോൾ 25° മേൽക്കോണിലും കുന്നിലേക്കു 50 മീററർ നടന്നു് അവിടെനിന്നു് നോക്കിയപ്പോൾ അഗ്രം. 55° മേൽക്കോണിലും കണ്ടാൽ കുന്നിൻെറ ഉയരം ചിത്രംവരച്ചു് നിശ്ചയിക്കുക.